2024 年度　追試験　数学 II・数学 B　解答・解説

第 1 問

〔1〕

(1)　log の定義から，$t=\log_3 x$ のとき，$\boldsymbol{x=3^t}$ が成り立つ。　⇨ ②

これより

$$\boldsymbol{\log_2 x}=\log_2 3^t=\boldsymbol{t\log_2 3}$$　⇨ ②

となる。したがって

$$\boldsymbol{\log_3 x}=t=\frac{\boldsymbol{\log_2 x}}{\boldsymbol{\log_2 3}}$$　⇨ ④

である。

◀ $a>0$，$a\neq 1$ で $M>0$ のとき
$M=a^p \Longleftrightarrow \log_a M=p$

(2)(i)　$f(x)=\log_2 x+\log_3 x$，$g(x)=(\log_2 x)\cdot(\log_3 x)$ に対して，不等式

$$f(x)>g(x) \quad \cdots\cdots ①$$

を考える。$f(x)$ を 2 を底とする対数を用いて表すと

$$\begin{aligned}f(x)&=\log_2 x+\log_3 x\\&=\log_2 x+\frac{\log_2 x}{\log_2 3}\\&=\left(1+\frac{1}{\log_2 3}\right)\log_2 x\end{aligned}$$

◀(1)より。

となるから，$f(x)=A\log_2 x$ に対して

$$\boldsymbol{A=1+\frac{1}{\log_2 3}}$$　⇨ ⓐ

である。また，$g(x)$ を 2 を底とする対数を用いて表すと

$$\begin{aligned}g(x)&=(\log_2 x)\cdot(\log_3 x)\\&=(\log_2 x)\cdot\left(\frac{\log_2 x}{\log_2 3}\right)\\&=\frac{1}{\log_2 3}(\log_2 x)^2\end{aligned}$$

◀(1)より。

となるから，$g(x)=B(\log_2 x)^2$ に対して

$$\boldsymbol{B=\frac{1}{\log_2 3}}$$　⇨ ⑤

である。

　$X=\log_2 x$ とおくと，X についての不等式 $AX>BX^2$ を満たす X の値の範囲は，$A>0$，$B>0$ に注意して

◀ $\log_2 3>\log_2 1=0$

$$X(BX-A)<0$$

$$0<X<\frac{A}{B} \quad \cdots\cdots (*)$$

ここで

$$\frac{A}{B}=\frac{1+\frac{1}{\log_2 3}}{\frac{1}{\log_2 3}}=1+\log_2 3$$

であるから，$(*)$ は

$$\boldsymbol{0<X<1+\log_2 3}$$　⇨ ⓪，⑧

となる。よって，①を満たす x の値の範囲は

$$0<\log_2 x<1+\log_2 3$$

$$\log_2 1<\log_2 x<\log_2 2+\log_2 3$$

$$\log_2 1<\log_2 x<\log_2 6$$

◀ $\log_a M+\log_a N$
$=\log_a MN$

であり，底 2 は 1 より大きいから

$$\boldsymbol{1<x<6}$$

である。

(ii)　$F(x)=\log_{\frac{1}{2}}x+\log_{\frac{1}{3}}x$，$G(x)=\left(\log_{\frac{1}{2}}x\right)\cdot\left(\log_{\frac{1}{3}}x\right)$ に対して，不等式

$F(x)>G(x)$ ……………………………………………………… ②

を考える。

$\log_{\frac{1}{2}}x$ は

$$\log_{\frac{1}{2}}x=\frac{\log_2 x}{\log_2\frac{1}{2}}=\frac{\log_2 x}{\log_2 2^{-1}}=\boldsymbol{-\log_2 x}$$ ⇨ 1

と表せる。同様に

$$\log_{\frac{1}{3}}x=-\log_3 x$$

と表せる。したがって，$F(x)$ と $G(x)$ を，(i)の $f(x)$，$g(x)$ を用いて表すと

$\boldsymbol{F(x)}=-\log_2 x-\log_3 x=-(\log_2 x+\log_3 x)=\boldsymbol{-f(x)}$ ⇨ 1

$\boldsymbol{G(x)}=(-\log_2 x)\cdot(-\log_3 x)=(\log_2 x)\cdot(\log_3 x)=\boldsymbol{g(x)}$ ⇨ 5

となる。よって，②は，(i)の A，B および $X=\log_2 x$ を用いると

$-f(x)>g(x)$

$-AX>BX^2$

$X(BX+A)<0$

$-\dfrac{A}{B}<X<0$

◀$A>0$，$B>0$ より $-\dfrac{A}{B}<0$

となるから，②を満たす x の値の範囲は

$-\log_2 6<\log_2 x<\log_2 1$

◀(i)より $\dfrac{A}{B}=\log_2 6$

$6^{-1}<x<1$

$\boldsymbol{\dfrac{1}{6}<x<1}$

となる。

〔2〕

(1)　$$\boldsymbol{\tan 2x=\frac{\sin 2x}{\cos 2x}=\frac{2\sin x\cos x}{\cos^2 x-\sin^2 x}}$$ ⇨ 8

より，分母と分子をそれぞれ $\cos^2 x$ で割ると

$$\boldsymbol{\tan 2x}=\frac{\dfrac{2\sin x}{\cos x}}{1-\left(\dfrac{\sin x}{\cos x}\right)^2}=\boldsymbol{\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}}$$ ⇨ b

◀ $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$

となる。さらに，$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ を満たす α に対して，$\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\dfrac{1}{\tan\alpha}$

が成り立つから

$$\frac{\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-2x\right)}{\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)}=\frac{\dfrac{1}{\tan 2x}}{\dfrac{1}{\tan x}}$$

$$=\frac{\tan x}{\tan 2x}$$

$$=\frac{\tan x}{\dfrac{2\tan x}{1-\tan^2 x}}$$

◀上で導いた関係式を利用する。

$$=\boldsymbol{\frac{1-\tan^2 x}{2}}$$ ……………………………… ①

⇨ 6

と表せる。

(2)　$0<x<\dfrac{\pi}{4}$ のとき

$0<\tan x<1$

$0<\tan^2 x<1$

$0<1-\tan^2 x<1$

であるから，①より

$$0<\frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}=\frac{1-\tan^2 x}{2}<\frac{1}{2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{②}$$

⇨ ⓪，⑤

(3)　$0<x<\frac{\pi}{4}$ のとき，$\tan\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=\tan 89^\circ$ を満たす x は

$$\frac{\pi}{2}-2x=\frac{89}{180}\pi$$

$$\boldsymbol{x=\frac{\pi}{360}}$$

である。

◀ $1^\circ=\frac{\pi}{180}$

②で $x=\frac{\pi}{360}$ とすると

$$0<\frac{\tan\frac{89}{180}\pi}{\tan\frac{179}{360}\pi}<\frac{1}{2}$$

これより

$$\tan 89.5^\circ=\tan\frac{179}{360}\pi>2\tan\frac{89}{180}\pi=2\times 57.29=114.58$$

したがって，$\tan 89.5^\circ$ の値は**110 以上**である。　⇨ ⑨

第２問

(1)　$f(x)=x^3-3x^2+6$ より

$$\boldsymbol{f'(x)=3x^2-6x}$$
$$=3x(x-2)$$

であるから，$f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	6	↘	2	↗

したがって，$f(x)$ は

$x=0$ で極大値 6，$x=2$ で極小値 2

をとる。

上の増減表より，$3\leqq x\leqq 5$ において $f(x)$ は増加するから，$f(x)$ は $\boldsymbol{x=5}$ で最大値をとり，$\boldsymbol{x=3}$ で最小値をとる。

また，$1\leqq x\leqq 3$ における増減表をかくと下のようになる。

x	1	$\cdots$	2	$\cdots$	3
$f'(x)$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	4	↘	2	↗	6

したがって，$1\leqq x\leqq 3$ において，$f(x)$ は $\boldsymbol{x=3}$ で最大値をとり，$\boldsymbol{x=2}$ で最小値をとる。

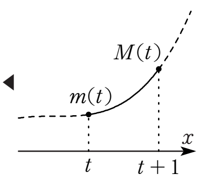
◀ $f(1)<f(3)$

(2)　$t\leqq x\leqq t+1$ における $f(x)$ の最大値を $M(t)$，最小値を $m(t)$ とおくとき，$M(t)=f(t+1)$ かつ $m(t)=f(t)$ となるのは，$t\leqq x\leqq t+1$ において $f(x)$ が増加するときであるから，そのような t の値の範囲は

$$t+1\leqq 0 \text{ または } 2\leqq t$$

すなわち

$$\boldsymbol{t\leqq -1,\ 2\leqq t}$$

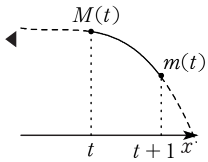
◀


である。また，$M(t)=f(t)$ かつ $m(t)=f(t+1)$ となるのは，$t \leqq x \leqq t+1$ において $f(x)$ が減少するときであるから，そのような t の値の範囲は

$$0 \leqq t \text{ かつ } t+1 \leqq 2$$

すなわち

$$\mathbf{0 \leqq t \leqq 1}$$



である。このとき

$$\begin{aligned} M(t)-m(t) &= f(t)-f(t+1) \\ &= t^3-3t^2+6-\{(t+1)^3-3(t+1)^2+6\} \\ &= -3t^2+3t+2 \\ &= -3\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4} \end{aligned}$$

となるから，$0 \leqq t \leqq 1$ において，$M(t)-m(t)$ は $\boldsymbol{t=\frac{1}{2}}$ で最大値をとる。

(3)　図 1 の灰色部分の面積は

$$\begin{aligned} \int_0^1 (x^3-3x^2+6)\,dx &= \left[\frac{1}{4}x^4-x^3+6x\right]_0^1 \\ &= \frac{1}{4}-1+6 \\ &= \frac{\mathbf{21}}{\mathbf{4}} \end{aligned}$$

◀$f(x)$ を 0 から 1 まで積分する。

である。

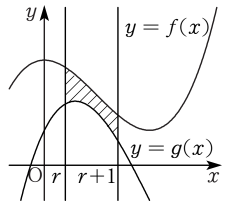
(4)(i)　$g(x)=x^3-6x^2+6x+2$ より

$$\begin{aligned} f(x)-g(x) &= (x^3-3x^2+6)-(x^3-6x^2+6x+2) \\ &= 3x^2-6x+4 \\ &= 3(x-1)^2+1>0 \end{aligned}$$

したがって，$f(x)-g(x)$ は**つねに正である**。　⇨ ⓪

よって，すべての実数 r に対して

$$\boldsymbol{S=\int_r^{r+1}\{f(x)-g(x)\}\,dx}$$　⇨ ④



が成り立つ。

(ii)　S を計算すると

$$\begin{aligned} S &= \int_r^{r+1}(3x^2-6x+4)\,dx \\ &= \left[x^3-3x^2+4x\right]_r^{r+1} \\ &= (r+1)^3-3(r+1)^2+4(r+1)-(r^3-3r^2+4r) \\ &= \{(r+1)^3-3(r+1)^2+6\}-(r^3-3r^2+6)+4 \\ &= f(r+1)-f(r)+4 \end{aligned}$$

となる。

(2)より，$0 \leqq r \leqq 1$ のとき，$f(r+1)-f(r)=-\{M(r)-m(r)\}$ であり，$M(r)-m(r)$ は増加してから減少するから，S は**減少してから増加する**。

⇨ ③

第３問

(1)　質問に「はい」と答える確率が p，「いいえ」と答える確率が $1-p$ であるから，1 組のグループにおいて，三人のうち一人だけが「はい」と回答する確率 $q=f(p)$ は

$$\begin{aligned} \boldsymbol{f(p)} &= {}_3\mathrm{C}_1\,\boldsymbol{p(1-p)^{3-1}} \\ &= 3p(1-p)^2 \end{aligned}$$

◀反復試行の確率。

したがって

$$\boldsymbol{f}\left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{3}}\right)=3\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{\boldsymbol{4}}{\boldsymbol{9}}$$

(2)　$q=\dfrac{2}{9}$ となる p は，方程式 $f(p)-\dfrac{2}{9}=0$ を考えると

$$3p(1-p)^2-\frac{2}{9}=0$$

$$27p^3-54p^2+27p-2=0$$

$$(3p-2)(9p^2-12p+1)=0$$

$$\left(\boldsymbol{p}-\frac{\boldsymbol{2}}{\boldsymbol{3}}\right)\boldsymbol{(9p^2-12p+1)=0}$$

◀両辺に 9 をかけて展開・整理した。

◀問題文より，この方程式の左辺は
$9p^2-12p+1$
で割り切れる。

と変形できることより求められる。

(3)(i)　100 組のグループに対して，三人のうち一人だけが「はい」と回答するグループの数を確率変数 X で表すと，X は二項分布 $\boldsymbol{B(100,\ q)}$ に従う。

⇨ ③

研究

◀問題文に書かれている q の信頼区間について確認する。

標本の大きさは十分に大きいので，q は近似的に正規分布 $N\left(q,\ \dfrac{q(1-q)}{100}\right)$ に従う。

標本比率は $\dfrac{25}{100}=0.25$ であるから，$Z=\dfrac{0.25-q}{\sqrt{\dfrac{q(1-q)}{100}}}$ とおくと，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。正規分布表より

$$P(-1.96\leqq Z\leqq 1.96)=0.95$$

◀$P(0\leqq Z\leqq z_0)$ の値が $\dfrac{0.95}{2}=0.475$ となる z_0 を探す。

であるから

$$P\left(-1.96\leqq\frac{0.25-q}{\sqrt{\dfrac{q(1-q)}{100}}}\leqq 1.96\right)=0.95 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

標本の大きさが十分に大きいとき，大数の法則により標本比率は母比率 q に近いとみなせるから，①の根号の中の q を $q=0.25$ として，q に対する信頼度 95% の信頼区間は

$$-1.96\leqq\frac{0.25-q}{\sqrt{\dfrac{0.25\cdot(1-0.25)}{100}}}\leqq 1.96$$

$$0.25-1.96\sqrt{\frac{0.25\cdot 0.75}{100}}\leqq q\leqq 0.25+1.96\sqrt{\frac{0.25\cdot 0.75}{100}}$$

$$0.25-1.96\times\frac{0.25\sqrt{3}}{10}\leqq q\leqq 0.25+1.96\times\frac{0.25\sqrt{3}}{10}$$

$\sqrt{3}=1.732$ で近似すると

$$0.1651\cdots\leqq q\leqq 0.3348\cdots$$

より，およそ $0.17\leqq q\leqq 0.33$ となり，$\dfrac{2}{9}(=0.22\cdots)$ が信頼区間に含まれることが確認できる。

(ii)　三人からなる 1 組のグループに質問するとき，「はい」と回答する人数を確率変数 Y で表すと，Y は二項分布 $\boldsymbol{B(3,\ p)}$ に従う。　⇨ ⓪

Y と同じ確率分布をもつ母集団から抽出した 100 組のグループに対する確率変数 Y_1, Y_2, …, Y_{100} に対して，期待値は

$$\boldsymbol{E(Y_1)=E(Y_2)=\cdots=E(Y_{100})=3p}$$ ⇨ ⓪

となる。

◀二項分布 $B(n,\ p)$ に従う確率変数の期待値は np

$3p$ に対する信頼度 95% の信頼区間を求めると，標本平均 $\overline{Y}=1.96$，標本の標準偏差 0.90 より

$$1.96-1.96\times\frac{0.90}{\sqrt{100}}\leqq 3p\leqq 1.96+1.96\times\frac{0.90}{\sqrt{100}}$$

$$\frac{1.96\cdot 0.91}{3}\leqq p\leqq\frac{1.96\cdot 1.09}{3}$$

$$0.5945\cdots\leqq p\leqq 0.7121\cdots$$

より，およそ $\boldsymbol{0.59\leqq p\leqq 0.71}$ である。 ⇨ ①

◀母標準偏差を σ とする。標本の大きさ n が大きいとき，母平均に対する信頼度 95% の信頼区間は $\left[\overline{Y}-1.96\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \overline{Y}+1.96\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ また，標本の大きさが十分に大きいとき，母標準偏差の代わりに標本の標準偏差を用いてよい。

このとき

$$f(0.59)=3\cdot 0.59\cdot(1-0.59)^2=0.2975\cdots$$

$$f(0.71)=3\cdot 0.71\cdot(1-0.71)^2=0.1791\cdots$$

であるから，p の信頼度 95% の信頼区間から，先生が示唆した q のとり得る値の範囲はおよそ $0.18\leqq q\leqq 0.30$ となる。

◀問題文に書かれている q の信頼区間について確認する。

◀$\frac{1}{3}\leqq p\leqq 1$ で $f(p)$ は減少する。

第４問

(1)　Q_1 の y 座標は P_1 の y 座標 4 に等しく，x 座標は，$y=2x$ に $y=4$ を代入して

$$4=2x$$

$$x=2$$

よって，Q_1 の座標は $(\boldsymbol{2},\ \boldsymbol{4})$ である。

また，P_2 の x 座標は Q_1 の x 座標 2 に等しく，y 座標は，$y=2x+4$ に $x=2$ を代入して

$$y=2\cdot 2+4=8$$

よって，P_2 の座標は $(\boldsymbol{2},\ \boldsymbol{8})$ である。

P_n の y 座標を a_n とするとき，Q_n の y 座標も a_n であり，x 座標は，$y=2x$ に $y=a_n$ を代入して

$$a_n=2x$$

$$x=\frac{1}{2}a_n$$

より，$\boldsymbol{\frac{1}{2}a_n}$ である。 ⇨ ②

したがって，P_{n+1} の y 座標 a_{n+1} は，$y=2x+4$ に $x=\frac{1}{2}a_n$ を代入して

$$y=2\cdot\frac{1}{2}a_n+4=a_n+4$$

より，$\boldsymbol{a_n+4}$ である。 ⇨ ⑦

よって，$a_{n+1}=a_n+4$ より，数列 $\{a_n\}$ は，初項 $a_1=4$，公差 4 の等差数列であるから，一般項は

$$\boldsymbol{a_n}=4+4(n-1)=\boldsymbol{4n}$$ ⇨ ⓪

である。

(2)(i)　数列 $\{b_n\}$ について

$$\boldsymbol{b_1=4}$$

であり，Q_n の y 座標は P_n と同じく b_n であり，x 座標は，(1)と同様にして

$\dfrac{1}{2}b_n$ である。したがって，P_{n+1} の y 座標 b_{n+1} は，$y=-x+4$ に $x=\dfrac{1}{2}b_n$ を代入して

$$y=-\frac{1}{2}b_n+4$$

であるから

$$\boldsymbol{b_{n+1}=\frac{-1}{2}b_n+4}$$

となる。これを変形すると

$$b_{n+1}-\frac{8}{3}=-\frac{1}{2}\left(b_n-\frac{8}{3}\right)$$

となるから，数列 $\left\{b_n-\dfrac{8}{3}\right\}$ は，初項 $b_1-\dfrac{8}{3}=\dfrac{4}{3}$，公比 $-\dfrac{1}{2}$ の等比数列であり

$$b_n-\frac{8}{3}=\frac{4}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

よって

$$\boldsymbol{b_n=\frac{4}{3}\left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1}+\frac{8}{3}}$$

となる。

◀ $b_{n+1}-\alpha=-\dfrac{1}{2}(b_n-\alpha)$ を満たす α は
$\alpha=-\dfrac{1}{2}\alpha+4$
より求められる。

(ii)　直線 $y=2x$ の傾きから

$$\frac{c_n}{d_n}=2$$

より

$$\boldsymbol{d_n=\frac{1}{2}c_n} \qquad ⇨ ⓪$$

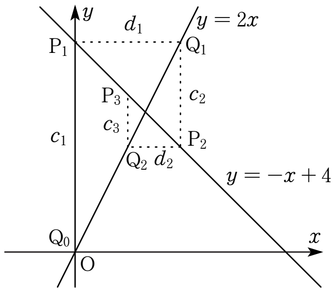
である。また，直線 $y=-x+4$ の傾きから

$$c_{n+1}=d_n$$

となるので

$$\boldsymbol{c_{n+1}=\frac{1}{2}c_n} \qquad ⇨ ⓪$$

が成り立つ。



$$c_n+d_n=c_n+\frac{1}{2}c_n=\frac{3}{2}c_n$$

であるから

$$\begin{aligned}S_n&=c_1+d_1+c_2+d_2+\cdots+c_n+d_n\\&=\frac{3}{2}c_1+\frac{3}{2}c_2+\cdots+\frac{3}{2}c_n\\&=\frac{3}{2}\sum_{k=1}^{n}c_k\end{aligned}$$

◀ S_n を数列 $\{c_n\}$ の和として表す。

数列 $\{c_n\}$ は，初項 $c_1=4$，公比 $\dfrac{1}{2}$ の等比数列であるから

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S_n}&=\frac{3}{2}\times\frac{4\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}}{1-\frac{1}{2}}\\&=\boldsymbol{12\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}}\end{aligned} \qquad ⇨ ⑦$$

である。

◀ $r\neq1$ のとき，初項 a，公比 r の等比数列の初項から第 n 項までの和は
$\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

第５問

(1)　$\mathrm{OP}:\mathrm{PA}=(1-t):t$，$\mathrm{OQ}:\mathrm{QB}=t:(1-t)$，$\mathrm{PR}:\mathrm{RQ}=t:(1-t)$ であるから

$$\boldsymbol{\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(1-t)\vec{a}} \qquad ⇨ ②$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=t\vec{b}} \qquad ⇨ ⓪$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OP}}+t\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$$

$$= (1-t)^2\vec{a} + t^2\vec{b}$$ ⇨ ⑦，④

である。

(2)　$t = \dfrac{1}{3}$ のとき，(1)より

$$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = \frac{4}{9}\vec{a} + \frac{1}{9}\vec{b}$$

であるから，点 R の位置は $\mathbf{R_1}$ である。 ⇨ ①

(3)(i)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OD}} &= \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{BD}}\\ &= \vec{b} + (-k\vec{a})\\ &= -k\vec{a} + \vec{b}\end{aligned}$$ ⇨ ②

◀OA : BD ＝ 1 : k で，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BD}}$ は向きが反対。

である。

ここで，OC ⊥ OD より $\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}} = 0$ であるから

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}} &= (\vec{a}+\vec{b})\cdot(-k\vec{a}+\vec{b})\\ &= -k|\vec{a}|^2 + (1-k)\vec{a}\cdot\vec{b} + |\vec{b}|^2\\ &= |\vec{b}|^2 + \vec{a}\cdot\vec{b} - k(|\vec{a}|^2 + \vec{a}\cdot\vec{b}) = 0\end{aligned}$$

これより

$$k = \frac{|\vec{b}|^2 + \vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2 + \vec{a}\cdot\vec{b}}$$ ⇨ ④

である。

(ii)　$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$，$\vec{d} = -k\vec{a} + \vec{b}$ より

$$\vec{c} - \vec{d} = (k+1)\vec{a}$$

◀$\vec{b}$ を消去する。

$$\vec{a} = \frac{1}{k+1}(\vec{c} - \vec{d})$$ ⇨ ①

$$\begin{aligned}\vec{b} &= \vec{c} - \vec{a}\\ &= \vec{c} - \frac{1}{k+1}(\vec{c} - \vec{d})\\ &= \frac{1}{k+1}(k\vec{c} + \vec{d})\end{aligned}$$ ⇨ ③

と表せるから

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OR}} &= (1-t)^2\vec{a} + t^2\vec{b}\\ &= (1-t)^2\cdot\frac{1}{k+1}(\vec{c} - \vec{d}) + t^2\cdot\frac{1}{k+1}(k\vec{c} + \vec{d})\\ &= \frac{1}{k+1}\left[\{(1-t)^2 + kt^2\}\vec{c} + \{t^2 - (1-t)^2\}\vec{d}\right]\\ &= \frac{1}{k+1}\left[\{(k+1)t^2 - 2t + 1\}\vec{c} + (2t-1)\vec{d}\right]\end{aligned}$$ ……………… ①

⇨ ⑤，②，①，②，①

である。

(iii)　$0 < t < 1$ のとき，R と ℓ の距離が最小になるのは，①において $\vec{c}$ の係数が最小になるときである。したがって

$$t^2 - \frac{2}{k+1}t + \frac{1}{k+1} = \left(t - \frac{1}{k+1}\right)^2 + \frac{k}{(k+1)^2}$$

より，$t = \dfrac{1}{k+1}$ のときである。 ⇨ ⑥

◀$k > 0$ より
$0 < \dfrac{1}{k+1} < 1$