2025 年度　追試験　数学Ⅰ・数学Ａ　解答・解説

第 1 問

〔1〕

(1)　実際に割り算を行うと

$$\begin{array}{r@{\,}l}
 & 0.153846 \\ \cline{2-2}
13 & \big)\,2.0 \\
 & \underline{1\,3} \\
 & \;7\,0 \\
 & \;\underline{6\,5} \\
 & \;5\,0 \\
 & \;\underline{3\,9} \\
 & \;1\,1\,0 \\
 & \;\underline{1\,0\,4} \\
 & \;6\,0 \\
 & \;\underline{5\,2} \\
 & \;8\,0 \\
 & \;\underline{7\,8} \\
 & \;2
\end{array}$$

となり，余りが 2 となった時点で，最初の計算と同様の計算が繰り返される。

したがって，$\frac{2}{13}$ を小数で表すと，$0.\dot{1}5384\dot{6}$ という循環小数となる。よって

$\boldsymbol{a}=\mathbf{8}$，$\boldsymbol{b}=\mathbf{4}$，$\boldsymbol{c}=\mathbf{6}$

である。

(2)　m を n で割ったとき，余りに 0 が出てくる場合は，その時点で割り算が終了する。このことと，$m<n$ であることをあわせると $\frac{m}{n}$ は**有限小数**である。

⇨ ①

◀m，n が自然数で，分母の方が大きいので，$\frac{m}{n}$ は 1 よりも小さい正の数である。つまり，$\frac{m}{n}$ は整数ではなく，小数である。

m を n で割って割り切れないということは，$\frac{m}{n}$ は無限に続く小数である。余りに出てくる数は，多くても 1 から $n-1$ の $(n-1)$ 通りであり，n 回割り算をすれば，必ず 1 回は同じ余りが出てくる。そして，同じ余りが出てくると，(1)のように，最初にその余りが出てきたときと同様の計算が繰り返される。

よって，余りに 0 が出てこない場合，**割り算を続けると必ず同じ余りが出てくる**から，$\frac{m}{n}$ は**循環小数**である。　⇨ ①，②

(3)(i)　(1)より，$\frac{2}{13}=0.\dot{1}5384\dot{6}$ であり

$$0.\dot{5}3846\dot{1}=0.\dot{1}5384\dot{6}\times 10-1=\frac{2}{13}\times 10-1=\frac{20-13}{13}=\frac{7}{13}$$

である。同様にして

◀太郎さんと花子さんの会話で，この変形の方針が示されている。

$$\mathbf{0.\dot{3}8461\dot{5}}=0.\dot{5}3846\dot{1}\times 10-5=\mathbf{\frac{7}{13}\times 10-5}=\frac{70-13\times 5}{13}=\frac{5}{13}$$

であるが，この分子の引き算 $70-13\times 5$ は，計算例 1 の 2 回目の割り算の余りを求めるときの引き算と同じである。

(ii)　(i)の考察から，四つの循環小数 $0.\dot{3}8461\dot{5}$，$0.\dot{8}4615\dot{3}$，$0.\dot{4}6153\dot{8}$，$0.\dot{6}1538\dot{4}$ をそれ以上約分できない分数で表したとき，その分子は順に 5，11，6，8 であ

◀(1)の割り算の余りと対応していることに着目した。

る。これを小さい順に並べると

$\mathbf{5}$，$\mathbf{6}$，$\mathbf{8}$，$\mathbf{11}$

である。

別解

(i)と同様に計算してもよい。

$$0.\dot{3}8461\dot{5} = \frac{7}{13} \times 10 - 5 = \frac{70-65}{13} = \frac{5}{13}$$

◀ $0.\dot{5}3846\dot{1} = \frac{7}{13}$

$$0.\dot{8}4615\dot{3} = \frac{5}{13} \times 10 - 3 = \frac{50-39}{13} = \frac{11}{13}$$

$$0.\dot{4}6153\dot{8} = \frac{11}{13} \times 10 - 8 = \frac{110-104}{13} = \frac{6}{13}$$

$$0.\dot{6}1538\dot{4} = \frac{6}{13} \times 10 - 4 = \frac{60-52}{13} = \frac{8}{13}$$

〔2〕

(1)(i)　PQ $= h$ より

$$\tan \angle \mathrm{POQ} = \frac{h}{\mathrm{OQ}}$$ ⇨ ⑦

$\mathrm{AB} = h$，$\angle \mathrm{AOB} = 45^\circ$ より，$\mathrm{OB} = h$ である。また，$\mathrm{OD} \cdot \tan 30^\circ = \mathrm{CD} = h$ より

$$\mathrm{OD} = \frac{h}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}\,h$$

である。これらと $\angle \mathrm{BOD} = 150^\circ$ から，$\triangle \mathrm{OBD}$ において，余弦定理より

$$\begin{aligned} \mathrm{BD}^2 &= \mathrm{OB}^2 + \mathrm{OD}^2 - 2 \cdot \mathrm{OB} \cdot \mathrm{OD} \cdot \cos \angle \mathrm{BOD} \\ &= h^2 + (\sqrt{3}h)^2 - 2 \cdot h \cdot \sqrt{3}h \cdot \cos 150^\circ \\ &= h^2 + 3h^2 - 2\sqrt{3}h^2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 7h^2 \end{aligned}$$

したがって，$\mathrm{BD} > 0$ より

$$\mathrm{BD} = \sqrt{7}\,h$$

である。よって，$\triangle \mathrm{OBD}$ において，余弦定理より

$$\begin{aligned} \cos \angle \mathrm{OBD} &= \frac{\mathrm{OB}^2 + \mathrm{BD}^2 - \mathrm{OD}^2}{2 \cdot \mathrm{OB} \cdot \mathrm{BD}} = \frac{h^2 + (\sqrt{7}h)^2 - (\sqrt{3}h)^2}{2 \cdot h \cdot \sqrt{7}h} \\ &= \frac{5h^2}{2\sqrt{7}h^2} = \frac{5}{2\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{14} \end{aligned}$$

である。

(ii)　70 秒後は，飛行機 P は線分 AC の中点にあるので，このとき

◀点 A から点 C まで 140 秒。

$$\mathrm{BQ} = \mathrm{QD} = \frac{\mathrm{BD}}{2} = \frac{\sqrt{7}}{2}h$$

ここで，$\triangle \mathrm{OBQ}$ において，余弦定理より

$$\begin{aligned} \mathrm{OQ}^2 &= \mathrm{BQ}^2 + \mathrm{OB}^2 + 2 \cdot \mathrm{BQ} \cdot \mathrm{OB} \cdot \cos \angle \mathrm{OBQ} \\ &= \left(\frac{\sqrt{7}}{2}h\right)^2 + h^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{7}}{2}h \cdot h \cdot \cos \angle \mathrm{OBD} \\ &= \frac{7}{4}h^2 + h^2 - \sqrt{7}h^2 \cdot \frac{5\sqrt{7}}{14} \\ &= \frac{11}{4}h^2 - \frac{5}{2}h^2 = \frac{h^2}{4} \end{aligned}$$

◀ $\angle \mathrm{OBQ} = \angle \mathrm{OBD}$

したがって，$\mathrm{OQ} > 0$ より

$$\mathrm{OQ} = \frac{h}{2}$$

である。また，このとき

$$\tan \angle \mathrm{POQ} = \frac{\mathrm{PQ}}{\mathrm{OQ}} = \frac{h}{\frac{h}{2}} = 2$$

これより，三角比の表から，$63^\circ < \angle \mathrm{POQ} < 64^\circ$ であることがわかる。

◀ $\tan 63^\circ = 1.9626$
$\tan 64^\circ = 2.0503$

よって，このときの $\angle$POQ の大きさは **60° 以上 65° 未満**である。⇨ ④

(2)　$\angle$POQ が最大のとき，$\tan\angle \mathrm{POQ}\left(=\dfrac{\mathrm{PQ}}{\mathrm{OQ}}\right)$ も最大である。PQ は一定であるから，$\tan\angle$POQ が最大となるのは，OQ が最小のときである。つまり，点 Q が**点 O から線分 BD に下ろした垂線と線分 BD との交点**のときである。

⇨ ②

また，$\cos\angle \mathrm{OBD}=\dfrac{5\sqrt{7}}{14}$ より

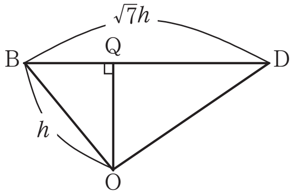
$$\sin\angle \mathrm{OBD}=\sqrt{1-\left(\frac{5\sqrt{7}}{14}\right)^2}=\sqrt{\frac{196-175}{14^2}}=\frac{\sqrt{21}}{14}$$

◀ $\sin\angle \mathrm{OBD}>0$

したがって

$$\mathrm{OQ}=\mathrm{OB}\sin\angle \mathrm{OBQ}=\frac{\sqrt{21}}{14}h$$

$$\mathrm{BQ}=\mathrm{OB}\cos\angle \mathrm{OBQ}=\frac{5\sqrt{7}}{14}h$$



であるから，$\mathrm{BD}=\sqrt{7}h$ より

$$\mathrm{QD}=\mathrm{BD}-\mathrm{BQ}=\sqrt{7}h-\frac{5\sqrt{7}}{14}h$$
$$=\frac{9\sqrt{7}}{14}h$$

である。

よって，$\mathrm{BQ}:\mathrm{QD}=\dfrac{5\sqrt{7}}{14}h:\dfrac{9\sqrt{7}}{14}h=5:9$ であるから，$\angle$POQ の大きさが最大になるのは，飛行機 P が点 A を通過してから **50 秒後**である。このとき

$$\tan\angle \mathrm{POQ}=\frac{\mathrm{PQ}}{\mathrm{OQ}}=\frac{h}{\frac{\sqrt{21}}{14}h}=\frac{14}{\sqrt{21}}=\frac{2\sqrt{21}}{3}$$

◀ $140\times\dfrac{5}{5+9}=50$

であり，平方根の表より，$\sqrt{21}=4.5826$ なので，$\dfrac{2\sqrt{21}}{3}\fallingdotseq 3.055$ である。したがって，三角比の表から，$71^\circ<\angle \mathrm{POQ}<72^\circ$ であることがわかる。

◀ $\tan 71^\circ=2.9042$
$\tan 72^\circ=3.0777$

よって，$\angle$POQ の大きさは **70° 以上 75° 未満**である。⇨ ⑥

第２問

〔1〕

(1)　$y=ax^2+bx+c$ において，$a=2$，$b=-7$，$c=7$ のとき

$$y=2x^2-7x+7=2\left(x-\frac{7}{4}\right)^2+\frac{7}{8}$$

よって，頂点の座標は $\left(\boldsymbol{\dfrac{7}{4}},\ \boldsymbol{\dfrac{7}{8}}\right)$ である。

(2)　$y=ax^2+bx+c$ が 2 点 P(1, 2)，Q(3, 4) を通るとき

$2=a+b+c$ ……………………………………………… ②

$4=9a+3b+c$ ………………………………………… ③

③ − ② より

$2=8a+2b$

◀ c を消去した。

したがって

$\boldsymbol{b=1-4a}$

これを②に代入して

$2=a+(1-4a)+c$

◀ b を消去した。

よって

$\boldsymbol{c=1+3a}$

このとき，関数

$y=ax^2+(1-4a)x+(1+3a)$ ………………………… ①

◀ $y=ax^2+bx+c$ に b，c を代入した。

のグラフは2点PとQを通る。

(3)　①を平方完成すると

$$
\begin{aligned}
y &= ax^2+(1-4a)x+(1+3a)\\
&= a\left(x^2+\frac{1-4a}{a}x\right)+(1+3a)\\
&= a\left\{\left(x+\frac{1-4a}{2a}\right)^2-\frac{(1-4a)^2}{4a^2}\right\}+(1+3a)\\
&= a\left(x+\frac{1-4a}{2a}\right)^2-\frac{16a^2-8a+1}{4a}+(1+3a)\\
&= a\left(x+\frac{1-4a}{2a}\right)^2-4a+2-\frac{1}{4a}+(1+3a)\\
&= a\left(x+\frac{1-4a}{2a}\right)^2+3-\left(a+\frac{1}{4a}\right)
\end{aligned}
$$

$a>0$ のとき，グラフはつねに2点P，Qを通る下に凸の放物線であり，点Pよりも点Qの y 座標の方が大きいので，点Pが頂点になるときが，頂点の y 座標が最大のときである。

◀点Pよりも y 座標が大きい点が頂点のとき，グラフは点Pを通らない。

したがって，グラフの頂点の y 座標の最大値は点Pの y 座標で **2** である。

また，頂点の y 座標が最大になる a の値は，$\dfrac{4a-1}{2a}=1$ より

◀点Pの x 座標は1。

$$a=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

である。

別解

相加・相乗平均の関係を知っていれば，次のように求められる。

$a>0$ より，$\dfrac{1}{4a}>0$ である。頂点の y 座標は，$3-\left(a+\dfrac{1}{4a}\right)$ であるから，頂点の y 座標が最大となるのは $a+\dfrac{1}{4a}$ が最小のときである。

したがって，相加平均と相乗平均の大小関係より

$$a+\frac{1}{4a}\geqq 2\sqrt{a\cdot\frac{1}{4a}}=2\cdot\frac{1}{2}=1$$

等号成立条件は，$a=\dfrac{1}{4a}$ のときで，$a>0$ より，$a=\dfrac{1}{2}$ のときである。

◀このとき，条件を満たす。

よって，グラフの頂点の y 座標の最大値は2である。

◀(頂点の y 座標) $\leqq 3-1=2$ である。

なお，次のように考えると，平方完成をすることなく $a=\dfrac{1}{2}$ を求めることができる。

グラフの頂点の y 座標が最大となるのは，グラフの頂点が点P(1，2)のときなので，x^2 の係数が a であることに注意すると，このグラフを表す式は

$$y=a(x-1)^2+2$$

とおける。これがQ(3，4)を通るので

$$4=2^2\cdot a+2$$

これより

$$a=\frac{1}{2}$$

を得る。

(4) (A) 関数 $y=ax^2+(1-4a)x+(1+3a)$ のグラフが点(0，3)を通るとき

$$3=1+3a$$

したがって，$a=\dfrac{2}{3}$ となり，$a<0$ のときは，起こり得ない。

(B) 関数のグラフと x 軸の負の部分が交わるのは

$$f(x)=ax^2+(1-4a)x+(1+3a)$$

とすると，$f(0)>0$ のときである。よって，$f(0)=1+3a>0$ のとき，

◀$a<0$ より，関数①のグラフは，上に凸の放物線。

$a > -\dfrac{1}{3}$ であるから，**起こり得る**。

(C) 関数のグラフの頂点の x 座標は

$$\frac{4a-1}{2a} = 2 - \frac{1}{2a}$$

$a < 0$ のとき，$-\dfrac{1}{2a} > 0$ であるから，$2 - \dfrac{1}{2a} > 2$ である。よって，$a < 0$ のとき，頂点の x 座標は 2 より大きくなるので，起こり得ない。

以上より，起こり得るものは(B)**だけである**。 ⇨ ②

〔2〕

(1) 小学校第 5 学年と中学校第 2 学年を合わせた全体において，散布図では相関係数が -0.85 であるから，スポーツ好きが増えると反復横とびは**減る傾向がみられる**。 ⇨ ①

(2) 図 2 の相関係数が 0.07 であり，図 3 は図 2 と同程度に弱い相関があることが見られることから，図 3 の相関係数はおよそ **0.1** であると考えられる。 ⇨ ②

◀「小学校第 5 学年」と「中学校第 2 学年」という二つの集団について，まとめて一つの集団とみた場合の相関係数と，別々の集団とみた場合のそれぞれの相関係数は異なる。

(3)(i)
$$\boldsymbol{\bar{x}} = \frac{(-1)+1+(-2)+0+0+2}{6} = \mathbf{0}$$ ⇨ ⓪

であり，同様に

$$\bar{y} = \frac{1+(-1)+0+(-2)+2+0}{6} = 0$$

である。これより，六つの値の組について表にすると，次のようになる。

x	y	$x-\bar{x}$	$y-\bar{y}$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
-1	1	-1	1	1	1	-1
1	-1	1	-1	1	1	-1
-2	0	-2	0	4	0	0
0	-2	0	-2	0	4	0
0	2	0	2	0	4	0
2	0	2	0	4	0	0

表より

$$\boldsymbol{s_x}^{\mathbf{2}} = \frac{1+1+4+0+0+4}{6} = \mathbf{\frac{5}{3}}$$ ⇨ ⑦

であり，同様に

$$s_y{}^2 = \frac{1+1+0+4+4+0}{6} = \frac{5}{3}$$

である。さらに

$$\boldsymbol{s_{xy}} = \frac{(-1)+(-1)+0+0+0+0}{6} = \mathbf{-\frac{1}{3}}$$ ⇨ ⑤

である。

(ii) $s_x{}^2 = s_y{}^2$，$s_x > 0$，$s_y > 0$ より，$s_x = s_y$ である。よって

$$\boldsymbol{r_{xy}} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{s_{xy}}{s_x{}^2} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{5}{3}} = \mathbf{-\frac{1}{5}}$$ ⇨ ③

である。

◀ 三つの集団
・$(-1,\ 1)$，$(1,\ -1)$
・$(-2,\ 0)$，$(0,\ -2)$
・$(0,\ 2)$，$(2,\ 0)$
の相関係数はそれぞれ -1 であるが，これらを一つの集団とみると相関係数は $-\dfrac{1}{5}$ となる（-1 ではない）。

◀(3)を一般化した三つの集団
・$(-1,\ 1)$，$(1,\ -1)$
・$(-1-a,\ 1-a)$，$(1-a,\ -1-a)$
・$(-1+a,\ 1+a)$，$(1+a,\ -1+a)$
の相関係数はそれぞれ -1 である。これらを一つの集団とみたときに相関係数が正となる条件を考える。

(4)
$$\bar{x} = \frac{(-1)+1+(-1-a)+(1-a)+(-1+a)+(1+a)}{6} = 0$$

$$\bar{y} = \frac{1+(-1)+(1-a)+(-1-a)+(1+a)+(-1+a)}{6} = 0$$

これより，六つの値の組について表にすると，次のようになる。

x	y	$x-\overline{x}$	$y-\overline{y}$	$(x-\overline{x})^2$	$(y-\overline{y})^2$	$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$
-1	1	-1	1	1	1	-1
1	-1	1	-1	1	1	-1
$-1-a$	$1-a$	$-1-a$	$1-a$	$(1+a)^2$	$(1-a)^2$	$-1+a^2$
$1-a$	$-1-a$	$1-a$	$-1-a$	$(1-a)^2$	$(1+a)^2$	$-1+a^2$
$-1+a$	$1+a$	$-1+a$	$1+a$	$(1-a)^2$	$(1+a)^2$	$-1+a^2$
$1+a$	$-1+a$	$1+a$	$-1+a$	$(1+a)^2$	$(1-a)^2$	$-1+a^2$

データ W' について，x，y の分散をそれぞれ s'_x，s'_y，共分散を s'_{xy}，相関係数を r'_{xy} とする。

$s'_x>0$，$s'_y>0$ より，相関係数が正であるための必要十分条件は，$s'_{xy}>0$ であることである。よって

◀ $r'_{xy}=\dfrac{s'_{xy}}{s'_x s'_y}$

$$s'_{xy}=\frac{-1\times2+(-1+a^2)\times4}{6}=\frac{2}{3}a^2-1$$

であるから

$$\frac{2}{3}a^2-1>0$$

$a>0$ より

$$a>\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

したがって，データ W' の x と y の相関係数が正であるための必要十分条件は

$$\boldsymbol{a>\frac{\sqrt{6}}{2}}$$

である。

第３問

(1)　M，L は △OAB と △OAB の内接円との接点であるから

$$\angle\mathrm{ALI}=\angle\mathrm{AMI}=90^\circ$$

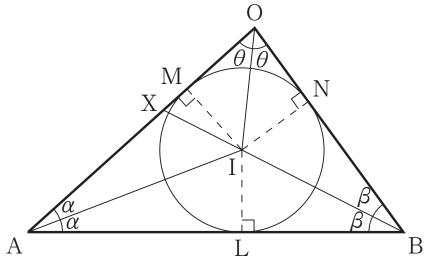
したがって，4 点 A，I，L，**M** は AI を直径とする円周上にある。　⇨ ①

◀四角形の向かい合う角の和が 180° ならば，その四角形は円に内接する。

(2)　まず

$$\boldsymbol{\angle\mathrm{OMI}=90^\circ}$$

である。△OBX に着目すると



$\angle\mathrm{OXI}$

$=180^\circ-(\angle\mathrm{XOB}+\angle\mathrm{OBX})$

$=180^\circ-(2\theta+\beta)$

ここで，$\theta+\alpha+\beta=90^\circ$ であるから，$\beta=90^\circ-\theta-\alpha$ より

◀△OAB の内角の和に着目すると
$2\theta+2\alpha+2\beta=180^\circ$

∠OXI

$=180^\circ-2\theta-(90^\circ-\theta-\alpha)$

$\boldsymbol{=90^\circ+\alpha-\theta}$　⇨ ①，⓪

$\alpha<\theta$ のとき，∠OXI は鋭角であるから，点 X は A と M の間にある。

よって，点 X は**点 M と異なり，線分 AM 上にある。**　⇨ ②

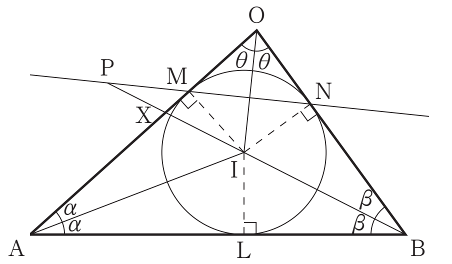
◀$\alpha-\theta<0^\circ$ より
$\angle\mathrm{OXI}<90^\circ$

$\alpha>\theta$ のとき，∠OXI は鈍角であるから，点 X は O と M の間にある。

よって，点 X は**点 M と異なり，線分 OM 上にある。**　⇨ ①

◀$\alpha-\theta>0^\circ$ より
$\angle\mathrm{OXI}>90^\circ$

(3)　$\alpha<\theta$ のとき，∠OXI は鋭角であり，図は次のようになる。



△OMN において，OM ＝ ON であるから

$$\angle\mathrm{OMN} = \angle\mathrm{ONM} = \frac{180^\circ - 2\theta}{2} = 90^\circ - \theta$$

◀円外の点から円に引いた 2 本の接線の長さは等しい。

したがって

$$\boldsymbol{\angle\mathrm{ONP}} = \angle\mathrm{ONM} = \boldsymbol{90^\circ - \theta}$$ ⇨ ③

また

$$\boldsymbol{\angle\mathrm{OBP} = \beta}$$ ⇨ ②

よって，△PNB に着目すると

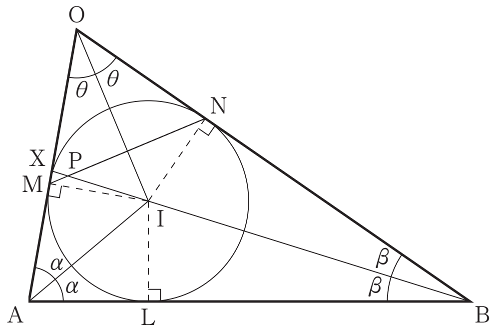
$$\begin{aligned}\boldsymbol{\angle\mathrm{MPI}} &= 180^\circ - (\angle\mathrm{PNB} + \angle\mathrm{NBP})\\ &= 180^\circ - (180^\circ - \angle\mathrm{ONP} + \angle\mathrm{OBP})\\ &= 90^\circ - \theta - \beta = \boldsymbol{\alpha}\end{aligned}$$ ⇨ ①

◀ $\theta + \alpha + \beta = 90^\circ$

となる。したがって，∠MAI ＝ ∠MPI で，直線 MI に対して A と P は同じ側にあるから，円周角の定理の逆より，4 点 **I**，**M**，**P**，**A** は同一円周上にある。

⇨ ⓪

一方，$\alpha > \theta$ のとき，∠OXI は鈍角であり，図は次のようになる。



このとき

$$\begin{aligned}&\angle\mathrm{MPI} = \angle\mathrm{MXP} + \angle\mathrm{XMP}\\ &\angle\mathrm{MXP} = 180^\circ - \angle\mathrm{OXI}\\ &\qquad = 180^\circ - (90^\circ + \alpha - \theta)\\ &\qquad = 90^\circ - \alpha + \theta\\ &\angle\mathrm{XMP} = \angle\mathrm{OMN} = 90^\circ - \theta\end{aligned}$$

◀△MPX について，内角と外角の関係を利用する。

なので

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\angle\mathrm{MPI}} &= (90^\circ - \alpha + \theta) + (90^\circ - \theta)\\ &= \boldsymbol{180^\circ - \alpha}\end{aligned}$$ ⇨ ⑦

よって，四角形 AMPI において，∠MAI ＝ α，∠MPI ＝ 180° − α より

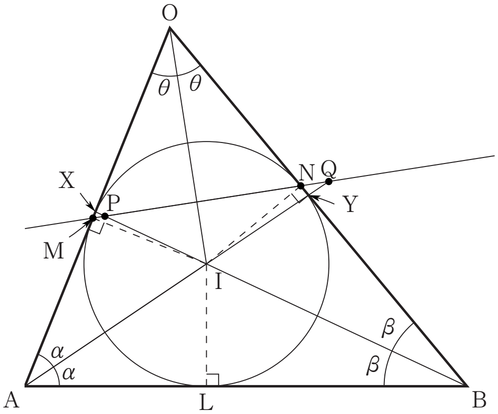
$$\angle\mathrm{MAI} + \angle\mathrm{MPI} = 180^\circ$$

となり，向かい合う角の和が 180° であるから，4 点 I，M，P，A は同一円周上にある。 ⇨ ⓪

(4)　$\theta = 32°$，$\alpha = 34°$ より，$\alpha > \theta$ より，X は OM 上にあり，$\beta < \theta$ より，Y は線分 BN 上にある。

◀ $\beta = 90° - \theta - \alpha$
$= 90° - 32° - 34°$
$= 24°$

よって，図は次のようになるので，4 点 M，N，P，Q は直線 MN 上に **M，P，N，Q** の順に並ぶ。 ⇨ ⓪



第４問

(1)(i)　花子さんが**試行 A** を 1 回行うとき，カードの取り出し方は

$${}_6C_2 = \mathbf{15}\ (通り)$$

ある。

(ii)　事象 A_2 が起こるのは，花子さんと太郎さんが同じ自然数が書かれた 2 枚のカードを取り出すときなので

$$P(A_2) = 1 \times \frac{1}{15} = \mathbf{\frac{1}{15}}$$

◀花子さんは自由に 2 枚のカードを取り出す，太郎さんは花子さんと同じ自然数が書かれた 2 枚のカードを取り出す，と考える。

また，事象 A_0 が起こるのは，花子さんが取り出した 2 枚のカードに書かれた自然数と異なる自然数が書かれたカードを太郎さんが 2 枚取り出すときなので

$$P(A_0) = 1 \times \frac{{}_4C_2}{15} = \frac{6}{15} = \mathbf{\frac{2}{5}}$$

(2)(i)　事象 B_2 が起こるのは，花子さんが異なる自然数が書かれたカードを 2 枚取り出し，それと同じ自然数が書かれたカードを太郎さんが取り出すときである。

◀花子さんが同じ自然数が書かれたカードを 2 枚取り出すと，集合 G の要素の個数が 1 個となるため，集合 $G \cap H$ の要素の個数が 2 個となることはない。

花子さんが異なる自然数が書かれたカードを 2 枚取り出す確率は

$$1 \times \frac{5}{6} = \frac{5}{6}$$

であり，この 2 枚と同じ自然数が書かれたカードを太郎さんが取り出す確率は

$$\frac{2}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$$

◀2 枚のカードを取り出す順番は，花子さんと異なっていてもよい。

であるから

$$P(B_2) = \frac{5}{6} \times \frac{1}{18} = \mathbf{\frac{5}{108}}$$

である。

(ii)　花子さんが 2 回とも同じ自然数が書かれたカードを取り出す確率は

$$1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

であり，このときに事象 B_0 が起こるのは，花子さんが取り出したカードに書かれた自然数と異なる自然数が書かれたカード 2 枚を太郎さんが取り出すと

きで，その確率は

$$\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{25}{36}$$

である。よって，花子さんが 2 回とも同じ自然数が書かれたカードを取り出し，かつ事象 B_0 が起こる確率は

$$\frac{1}{6}\times\frac{25}{36}=\mathbf{\frac{25}{216}}$$

である。

また，花子さんが取り出した 2 枚のカードが異なる自然数であり，その自然数と異なる自然数が書かれたカードを太郎さんが取り出すときの確率は

$$\left(1\times\frac{5}{6}\right)\times\left(\frac{4}{6}\times\frac{4}{6}\right)=\frac{5}{6}\times\frac{4}{9}=\frac{10}{27}$$

これら二つの事象は，互いに排反であるから

$$P(B_0)=\frac{25}{216}+\frac{10}{27}=\mathbf{\frac{35}{72}}$$

である。

(3) $P(A_0)=\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$，$P(A_2)=\frac{1}{15}$ より

$$P(A_1)=1-\left(\frac{6}{15}+\frac{1}{15}\right)=\frac{8}{15}$$

よって，$P(A_0)$，$P(A_1)$，$P(A_2)$ のうち，最大のものは $\boldsymbol{P(A_1)}$ である。 ⇨ ①

◀事象 A_0，A_1，A_2 のいずれかが起こるので，余事象の確率を利用した。

また，$P(B_0)=\frac{35}{72}=\frac{105}{216}$，$P(B_2)=\frac{5}{108}=\frac{10}{216}$ であるから

$$P(B_1)=1-\frac{105}{216}-\frac{10}{216}=\frac{101}{216}$$

◀事象 B_0，B_1，B_2 のいずれかが起こるので，余事象の確率を利用した。

よって，$P(B_0)$，$P(B_1)$，$P(B_2)$ のうち，最大のものは $\boldsymbol{P(B_0)}$ である。 ⇨ ⓪