この教材見本は、実際の１カ月分の教材よりも回数・ページ数が少ないダイジェスト版です。

※実際の教材の１カ月あたりの学習量は、１回30〜60分×４回です。

この教材見本は１カ月分の一部を抜粋して掲載しています。

下記の黒字が今回の掲載回です。

※テキストスタイル、進学クラスの教材見本です。

入試特訓　ことばと式

1 攻略！文字式による説明

2 攻略！長文の文章題

3 問題演習

4 添削問題

添削問題　解答解説

1 入試特訓　ことばと式
攻略！文字式による説明

30分

今回は「文字式による説明」を扱います。この「文字式による説明」の問題は，計算問題と違い，**説明をきちんと書く**ことが求められます。「文字式による説明」の問題に慣れていないと，どのように説明をすればよいのかわからないため，苦手意識をもつ人が多いようです。しかし，苦手な人が多いということは

ここを得点源にできれば，ライバルに差をつけられる

ということですよね。「得点源にするなんて難しそう…。」と思うかもしれませんが，実はそれほど難しくありません。「数学の得意な人」が無意識のうちに行っていること，つまり，次の「POINT」のようにして考えればよいのです。

POINT

「文字式による説明」の問題では，次の手順①，②で考えるとよい。

①　ことば(仮定や結論)を数式におきかえる

②　仮定の数式を利用し，結論の数式になるように変形する

それでは，次の 問題 を見てください。「POINT」に従って解いてみましょう。

問題

連続する 2 つの奇数の和は 4 の倍数になることを説明しなさい。

①　ことば(仮定や結論)を数式におきかえる

次の下線が引かれた部分に着目してみましょう。

連続する 2 つの奇数$_{Ⓐ}$の和は 4 の倍数$_{Ⓑ}$になることを説明しなさい。

のように，2 つの数学的なことばが現れていることがわかります。まずは，これらを数式におきかえることを考えます。すると

Ⓐ；連続する 2 つの奇数 … $2n+1$，$2n+3$ （n は整数）

Ⓑ； 4 の倍数 … $4\times$(整数)

となり，Ⓐが「仮定の数式」，Ⓑが「結論の数式」となります。

少し補足をしておくと，Ⓐについて，連続する 2 つの奇数(たとえば「1，3」や「9，11」など)ですから，n を整数として，小さい方の奇数を $2n+1$ とおくと，大きい方の奇数はそれに 2 を加えたもの，すなわち

$$(2n+1)+2=2n+3$$

と表すことができます。また，Ⓑについて，4 の倍数なので，m を整数として $4m$ と表すこともできますが，結論の数式は，文字ではなく，ことばで表しておいてもかまいません。

②　仮定の数式を利用し，結論の数式になるように変形する

①でことばを数式におきかえたので，問題文は次のように読みかえられます。

連続する 2 つの奇数の和は 4 の倍数になることを説明しなさい。

⬇

$2n+1$，$2n+3$（n は整数）の和は $4\times$(整数）になることを説明しなさい。

このようになるので，あとは，仮定の数式Ⓐを利用して結論の数式Ⓑを導けばよいことがわかります。実際にやってみましょう。

$$(2n+1)+(2n+3)=2n+1+2n+3$$ ←「連続する 2 つの奇数の和」を数式で表す。

$$=4n+4$$

$$=4(n+1)$$ ←「$4\times$(整数)」の形をめざし，式全体を 4 でくくる。

ここで，Ⓑは「$4\times$(整数)」ですから，「$n+1$ は整数」を述べる必要があることを忘れないようにしてください。ただし，述べること自体はそれほど大げさなものではありませんから，安心してください。

n は整数より，$n+1$ も整数となる ← 整数に 1 を加えたものも整数となる。

としておけばOKです。

以上で説明の骨組みが完成しましたから，あとはこれを整理して答案にまとめましょう！

〔説明〕 連続する 2 つの奇数は

$2n+1$，$2n+3$（n は整数）

と表せる。連続する 2 つの奇数の和は

$$(2n+1)+(2n+3)=2n+1+2n+3$$
$$=4n+4$$
$$=4(n+1)$$

となる。n は整数より，$n+1$ も整数となるので，$4(n+1)$ は 4 の倍数である。

したがって，連続する 2 つの奇数の和は 4 の倍数になる。　（説明終）

このように，先ほど取り上げた「POINT」に従って考えると，説明を行うことができます。「ちょっと面倒」と感じるかもしれませんが，高校入試で出題される複雑な説明問題にも対処できるようになりますので，「POINT」を意識して説明問題に取り組むようにしてください。

次に「練習問題」に取り組んでもらいます。先ほども述べましたが，「POINT」を意識して問題に取り組んでみてください。

練習問題

➋解答は１回目の最後

1

2けたの自然数と，その自然数の一の位の数と十の位の数の和を2倍したものの和は，3の倍数になる。このわけを説明しなさい。

$\boxed{2}$

3でわって2余る整数の2乗は，3でわると1余ることを説明しなさい。

次は，「入試問題にチャレンジ」です。「文字式による説明」の問題を4題用意しました。いずれも基本的な問題ですので，全問正解をめざしましょう！

入試問題にチャレンジ

解答は1回目の最後

1 【富山県入試問題】

連続する整数の和について，次の問いに答えなさい。

① 次の文は，連続する3つの整数の和が必ず3の倍数になることを説明したものである。
ア ～ ウ にあてはまる式をそれぞれ答えなさい。

> nを整数として，連続する3つの整数を小さい方から順に ア ，n， イ と表すと，それらの和が ウ となるので，連続する3つの整数の和は，必ず3の倍数になる。

② 連続する5つの整数の和が555になるとき，この5つの整数のうち最も小さいものを求めなさい。

2 【和歌山県入試問題】

　$23+32=55$，$81+18=99$ のように，2 けたの正の整数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との和は，11 の倍数になる。2 けたの正の整数の十の位の数を a，一の位の数を b として，そのわけを説明しなさい。

許諾の都合により、掲載しておりません。

$\boxed{4}$ 【北海道入試問題】

連続する３つの整数の性質について，次のように説明するとき，$\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{ウ}}$に当てはまる式を，$\boxed{\text{エ}}$に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

（説明）　連続する３つの整数のうち，真ん中の整数を n とすると，
もっとも大きい整数は$\boxed{\text{ア}}$
もっとも小さい整数は$\boxed{\text{イ}}$
と表すことができる。
もっとも大きい整数の２乗からもっとも小さい整数の２乗をひくと，
$(\boxed{\text{ア}})^2-(\boxed{\text{イ}})^2=\boxed{\text{ウ}}$
となる。
よって，連続する３つの整数には，もっとも大きい整数の２乗からもっとも小さい整数の２乗をひいた値が，真ん中の整数の$\boxed{\text{エ}}$倍となる性質がある。

1回目　練習問題の解答

1

　2 けたの自然数の十の位の数を a，一の位の数を b とする。この自然数は

$$10a+b$$

と表され，一の位の数と十の位の数の和を 2 倍したものは

$$2(b+a)$$

と表される。

　これらの和は

$$\begin{aligned}(10a+b)+2(b+a)&=10a+b+2b+2a\\&=12a+3b\\&=3(4a+b)\end{aligned}$$

となる。a，b は整数より，$4a+b$ は整数となるので，$3(4a+b)$ は 3 の倍数である。

　したがって，2 けたの自然数と，その自然数の一の位の数と十の位の数の和を 2 倍したものの和は，3 の倍数になる。　**（説明終）**

解説

　2 けたの自然数は，十の位の数と一の位の数を，それぞれ a，b と文字でおき

$$10a+b$$

と表すのがポイントとなります。a，b は自然数の位を表す数ですから，それぞれ $1\leqq a\leqq 9$，$0\leqq b\leqq 9$ をみたす整数であることも確認しておきましょう。

　また，問題文に現れる数学的なことばを数式におきかえると

2 けたの自然数	… $10a+b$
一の位の数と十の位の数の和を 2 倍したもの	… $2(b+a)$
3 の倍数	… $3\times$(整数)

となるので

　2 けたの自然数と，その自然数の一の位の数と十の位の数の和を 2 倍したものの和は，3 の倍数になる。

⇩

$10a+b$ と $2(b+a)$ の和は，$3\times$(整数) になる。

と読みかえることができます。かなりシンプルになりましたね。

2

3でわって2余る整数を

$3k+2$ （k は整数）

とおく。この数の2乗は

$$(3k+2)^2=9k^2+12k+4$$
$$=9k^2+12k+3+1$$ ← この変形の理由は下の「解説」参照。
$$=3(3k^2+4k+1)+1$$

となる。k は整数より，$3k^2+4k+1$ は整数となるので，$3(3k^2+4k+1)+1$ は3でわると1余る数である。

したがって，3でわって2余る整数の2乗は，3でわると1余る。　**（説明終）**

解説

一般に，p を2以上の整数とするとき，p でわって r 余る整数は

$pk+r$ （k は整数）

と表すことができます。これは，整数のわり算の基本事項ですので，きちんと覚えておきましょう。

また，問題文に現れる数学的なことばを数式におきかえると

3でわって2余る整数 … $3k+2$ （k は整数）

3でわると1余る　　　… $3\times$(整数)$+1$

となるので

3でわって2余る整数の2乗は，3でわると1余ることを説明しなさい。

↓

$3k+2$ （k は整数）の2乗は，$3\times$(整数)$+1$ となることを説明しなさい。

と読みかえることができますね。そして，結論の数式に「$3\times$(整数)$+1$」と「$\mathbf{+1}$」があるので，「解答」の式変形の1行目から2行目のところで

$4=3\mathbf{+1}$

と分解し，「$\mathbf{+1}$」以外の部分を3でくくりました。

このように，結論を数式で表しておくと，その形をめざした式変形がしやすくなることがわかりますね。

1回目　入試問題にチャレンジの解答

1

① 〔説明〕 n を整数として，連続する３つの整数を小さい方から順に

$$n-1,\ n,\ n+1$$

と表すと，それらの和が

$$\begin{aligned}(n-1)+n+(n+1)&=n-1+n+n+1\\&=3n\end{aligned}$$

となるので，連続する３つの整数の和は，必ず３の倍数になる。　（説明終）

したがって，

ア；$n-1$，　イ；$n+1$，　ウ；$3n$　（答）

② n を整数として，連続する５つの整数を小さい方から順に

$$n-2,\ n-1,\ n,\ n+1,\ n+2$$ ← 中央の整数を n とする。

と表すと，それらの和は

$$(n-2)+(n-1)+n+(n+1)+(n+2)=5n$$

となるので

$$5n=555$$

$$n=111$$

したがって，最も小さいものは

$$\begin{aligned}n-2&=111-2\\&=\mathbf{109}\end{aligned}$$ **（答）**

← 求めるものは最も小さい整数である。

2

２けたの正の整数の十の位の数を a，一の位の数を b とする。この数は

$$10a+b$$

と表され，この数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は

$$10b+a$$

と表される。

これらの数の和は

$$\begin{aligned}(10a+b)+(10b+a)&=11a+11b\\&=11(a+b)\end{aligned}$$

となる。a，b は整数より，$a+b$ は整数となるので，$11(a+b)$ は11の倍数である。

したがって，２けたの正の整数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数との和は，11の倍数である。　**（説明終）**

許諾の都合により、掲載しておりません。

4

〔説明〕 連続する 3 つの整数のうち，真ん中の整数を n とすると，

最も大きい整数は $n+1$ ← 真ん中の数に 1 をたす。

最も小さい整数は $n-1$ ← 真ん中の数から 1 をひく。

と表すことができる。

最も大きい整数の 2 乗から最も小さい整数の 2 乗をひくと

$$\begin{aligned}(n+1)^2-(n-1)^2 &= n^2+2n+1-(n^2-2n+1) \\ &= n^2+2n+1-n^2+2n-1 \\ &= 4n\end{aligned}$$

← (最も大きい数)^2－(最も小さい数)^2

← 4×(真ん中の数)

となる。

よって，連続する 3 つの整数には，最も大きい整数の 2 乗から最も小さい整数の 2 乗をひいた値が，真ん中の整数の 4 倍となる性質がある。 (説明終)

したがって，$\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{エ}}$に当てはまる式や数は

ア；$n+1$, イ；$n-1$, ウ；$4n$, エ；4 (答)

入試問題にチャレンジ！の到達ポイント

取り組んでみてどうでしたか？ 今回は

全問正解

が到達ポイントです。

連続する整数や 2 けたの整数をどのように文字式で表せばよいか, 思い出せましたか。また, 高校入試の「文字式による説明」の問題では, $\boxed{3}$ や $\boxed{4}$ のように,「展開と因数分解」の知識を利用して説明するものが多く出題されています。計算が複雑になるため, ミスをしやすくなります。$\boxed{3}$ や $\boxed{4}$ を計算ミスで間違えてしまった人は, ていねいに計算することを心がけて, もう一度問題に取り組んでみてください。

入試特訓　ことばと式

添削問題　解答解説

1　次の各問いに答えなさい。（配点　25）

(1)　$124-1-4+2$ や $597-5-7+9$ などのように，3けたの自然数から百の位の数と一の位の数をひいて，十の位の数をたす計算を考える。

(i)　これらを計算した結果は，必ず$\boxed{}$の倍数になる。$\boxed{}$にあてはまる2以上の自然数を答えなさい。（3点）

(ii)　(i)の性質が，すべての3けたの自然数について成り立つわけを文字式で説明しなさい。（11点）

解答

(i)　$124-1-4+2$ や $597-5-7+9$ を計算すると，それぞれ

$$124-1-4+2=121=11^2$$
$$597-5-7+9=594=11\times 54$$

となるから，これらを計算した結果は，必ず

11の倍数　（答）

になる。

(ii)　3けたの自然数について，百の位の数を a，十の位の数を b，一の位の数を c とおく。

3けたの自然数から百の位の数と一の位の数をひいて，十の位の数をたしたものは

$$\begin{aligned}(100a+10b+c)-a-c+b&=99a+11b\\&=11(9a+b)\end{aligned}$$

となる。a，b は整数より，$9a+b$ も整数であるから，$11(9a+b)$ は11の倍数となる。

よって，3けたの自然数から百の位の数と一の位の数をひいて，十の位の数をたしたものは11の倍数になる。**（説明終）**

解説

この問題のような

①　何通りかで試し，共通する性質を発見させる

②　①で発見した性質が正しいことを説明させる

というタイプは，高校入試でよく出題されています。正しく説明できる「記述力」も大切ですが，「共通点や性質を見抜く力」も身につけておきましょう。

(2)　右の図のように，偶数を2から順に横に6個ずつ並べ，縦にとなり合う2つの数を線で囲む。線で囲まれた2つの数について，大きい方の数の2乗から，小さい方の数の2乗をひいたものは48の倍数になる。このわけを文字式で説明しなさい。（11点）

2	4	6	8	10	12
14	16	18	20	22	24
26	28	30	32	34	36
38	40	…			

解答

線で囲まれた2つの数の小さい方の数を

$2n$（n は自然数）

と表すと，大きい方の数は

$2n+12$

と表せる。

よって，大きい方の数の2乗から，小さい方の数の2乗をひくと

$$\begin{aligned}(2n+12)^2-(2n)^2 &= 4n^2+48n+144-4n^2\\ &= 48n+144\\ &= 48(n+3)\end{aligned}$$

となる。n は自然数より，$n+3$ は整数であるから，$48(n+3)$ は48の倍数になる。

よって，線で囲まれた2つの数について，大きい方の数の2乗から，小さい方の数の2乗をひいたものは48の倍数になる。（説明終）