

1 YME6C1-Z1C1

6/25

a, b は整数で、 $b \neq 0$ とする。実数 k に対し、 x の 3 次方程式
 $x^3 - kx + 10 = 0$
が虚数 $a + bi$ を解にもつとき、 a, b, k の値を求めよ。

$x = a + bi$ は解であるから O.K.

$$(a + bi)^3 - k(a + bi) + 10 = 0$$

$$a^3 + 3a^2bi + 3ab^2i^2 + b^3i^3 - ka - kbi + 10 = 0$$

$$a^3 + 3a^2bi - 3ab^2 - b^3i - ka - kbi + 10 = 0$$

$$(a^3 - 3ab^2 - ka + 10) + (3a^2b - b^3 - kb)i = 0 \quad \text{--- ①} \text{ O.K.}$$

$x = a - bi$ も解であるから O.K.

$$(a - bi)^3 - k(a - bi) + 10 = 0$$

$$a^3 - 3a^2bi + 3ab^2i^2 - b^3i^3 - ka + kbi + 10 = 0$$

$$(a^3 + 3ab^2 - ka + 10) - (3a^2b + b^3 - kb)i = 0 \quad \text{--- ②}$$

①, ②より

符号ミスをしています。

$$i^2 = -1$$

であることを確認しましょう。

正しく導いています。

+6

a, b は整数、とくに実数ですから、①より

$$\begin{cases} a^3 - 3ab^2 - ka + 10 = 0 & \text{--- ※} \\ 3a^2b - b^3 - kb = 0 & \text{--- ☆} \end{cases}$$

が成り立ちます。☆と $b \neq 0$ より

$$k = 3a^2 - b^2$$

ですから、これを※に代入して

「 a, b は整数」という条件から
解決することができます。

なお、 $x = a - bi$ も解となるので、計算ミスを
修正すれば②も正しくなりますが、

実は※と☆が導かれるだけであり、

①のみで処理できてしまいます。

$x = a - bi$ が解であることを活かすには、

「解答」のように

解と係数の関係

を利用するとよいでしょう。確認しておい
てください。