2MJS/2MJ

春期講習　確認テスト

解答

Ｚ会東大進学教室

中２数学

中２東大数学

【1】(1) ①

$$3a-2(a-b)=3a-2a+2b$$
$$=\boldsymbol{a+2b}$$

②

$$\frac{x-3y}{4}+\frac{2(-2x+y)}{3}=\frac{3x-9y-16x+8y}{12}$$
$$=\boldsymbol{\frac{-13x-y}{12}}$$
$$\left(=-\frac{13x+y}{12}=-\frac{13}{12}x-\frac{y}{12}\right)$$

③

$$a^2b^2\div\frac{2}{3}ab^3\times(2ab^2)^2=\frac{a^2b^2\times3\times4a^2b^4}{2ab^3}$$
$$=\boldsymbol{6a^3b^3}$$

④

$$(x+3)(x-5)=\boldsymbol{x^2-2x-15}$$

⑤

$$(2a-1)(4a^2+2a-3)=8a^3+4a^2-6a-4a^2-2a+3$$
$$=\boldsymbol{8a^3-8a+3}$$

(2) ①

$$\begin{cases}\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{3} & \cdots\cdots ① \\[2mm] \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{x+y}{4} & \cdots\cdots ②\end{cases}$$

①より，

$$3(x+1)=2(y-2)\qquad\therefore\quad 3x-2y=-7\quad\cdots\cdots ①'$$

②より，

$$2(x+1)=x+y\qquad\therefore\quad x-y=-2\quad\cdots\cdots ②'$$

①′ − ②′ × 2 より，$x=-3$

②′ に代入して，

$$-3-y=-2\qquad\therefore\quad y=-1$$

よって，$\boldsymbol{x=-3}$，$\boldsymbol{y=-1}$

② $\begin{cases} x+y+z=2 & \cdots\cdots① \\ 2x+3y-z=-7 & \cdots\cdot② \\ -x+2y+4z=7 & \cdots\cdots③ \end{cases}$

① + ③ より,

$$3y+5z=9 \quad \cdots\cdots④$$

② + ③ × 2 より,

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} & 2x & + & 3y & - & z & = & -7 \\ +) & -2x & + & 4y & + & 8z & = & 14 \\ \hline & & & 7y & + & 7z & = & 7 \\ & & & y & + & z & = & 1\cdots\cdots⑤ \end{array}$$

④ − ⑤ × 3 より,

$$\begin{array}{rrrrrrr} & 3y & + & 5z & = & 9 \\ -) & 3y & + & 3z & = & 3 \\ \hline & & & 2z & = & 6 \\ & & & z & = & 3 \end{array}$$

⑤ より,

$$y=-2$$

① より,

$$x-2+3=2 \qquad \therefore \quad x=1$$

よって, $\boldsymbol{x=1,\ y=-2,\ z=3}$

【2】(1) ア．1 組の対辺が平行で，その長さが等しくなるので，②

イ．4 つの角がすべて等しくなるので，④

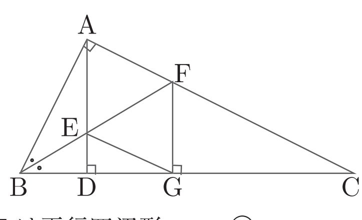
(2) $\triangle$ABF $\equiv$ $\triangle$GBF より，AF=GF $\cdots$①

$\angle$AFE = $\angle$AEF (= $\angle$GFE) より，

AF=AE

よって，AE=FG

また，AE // FG であるから，1 組の対辺が平行で，その長さが等しいので，四角形 AEGF は平行四辺形 $\cdots$②



①，② より，

となり合う 2 辺の長さが等しい平行四辺形なので

四角形 AEGF はひし形である．

【3】(1) (ア) $a=-2$, $b=-1$, $c=3$ を代入して

$$4=1+9-2\times(-1)\times 3x$$
$$4=10+6x$$
$$6x=-6$$
$$\boldsymbol{x=-1}$$

(イ)
$$2bcx=b^2+c^2-a^2$$
$$\boldsymbol{x=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}$$

(2)(ア) $k=-2$, $y=-1$ より

$$\frac{x-(-1)}{-1}=(-2)^2$$
$$-x-1=4$$
$$-x=5$$
$$\boldsymbol{x=-5}$$

(イ) 両辺に y をかけて

$$x-y=k^2y$$
$$-y-k^2y=-x$$
$$-(k^2+1)y=-x$$
$$\boldsymbol{y=\frac{x}{k^2+1}}$$

【4】A の百の位，十の位，一の位の数字をそれぞれ x, y, z とおくと，与えられた条件より，

$$A=100x+10y+z$$
$$B=100y+10z+x$$
$$C=100z+10x+y$$

となる．よって，与えられた条件を方程式に表すと，

$$(\text{各桁の和})=x+y+z=17$$
$$A+B=(100x+10y+z)+(100y+10z+x)=934$$
$$B+C=(100y+10z+x)+(100z+10x+y)=1348$$

整理して，

$$x+y+z=17 \ \cdots ①$$
$$101x+110y+11z=934 \ \cdots ②$$
$$11x+101y+110z=1348 \ \cdots ③$$

② $-$ ① $\times 11$ より，

$$90x+99y=747$$
$$\therefore 10x+11y=83 \ \cdots ④$$

② $\times 10-$ ③ より，

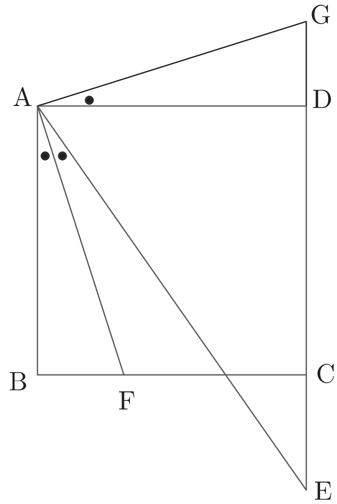
$$999x+999y=7992$$
$$\therefore x+y=8 \ \cdots ⑤$$

④ $-$ ⑤ $\times 10$ より，

$$y=3$$
$$\therefore x=5\ ,\ \ z=9$$

これらは問題に適する．したがって，$\boldsymbol{A=539}$

【5】CD の延長上に DG = BF となる点 G をとる．



△ ABF と△ ADG において，

正方形のすべての辺は等しいから，

AB = AD ···①

正方形のすべての角は等しいから，

$\angle$ABF = $\angle$ADG ···②

また作図より，

BF = DG ···③

①，②，③ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ ABF ≡ △ ADG

このとき，

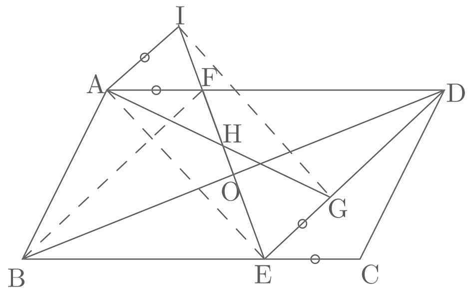
$\angle$AGE = $\angle$AFB　（△ ABF ≡ △ ADG）
　= $\angle$FAD　（AD // BC で錯角が等しい）
　= $\angle$EAD + $\angle$FAE
　= $\angle$EAD + $\angle$BAF　（仮定）
　= $\angle$EAD + $\angle$DAG　（△ ABF ≡ △ ADG）
　= $\angle$EAG

よって，2 つの角が等しいので，AE = GE.

これと GE = DG + DE = BF + DE (作図) より，

AE = BF + DE　（証明終）

【6】$\triangle$ OBE と $\triangle$ ODF において，



平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので

$\mathrm{OB} = \mathrm{OD}$

また，

$\angle\mathrm{EOB} = \angle\mathrm{FOD}$（対頂角）

$\angle\mathrm{OBE} = \angle\mathrm{ODF}$（錯角）

$\therefore \triangle\,\mathrm{OBE} \equiv \triangle\,\mathrm{ODF}$（1 辺両端角相等）

よって，$\mathrm{BE} = \mathrm{FD}$．これと $\mathrm{BC} = \mathrm{AD}$（平行四辺形の対辺）より，

$\mathrm{BC} - \mathrm{BE} = \mathrm{AD} - \mathrm{FD}$

$\therefore \mathrm{EC} = \mathrm{AF}$ $\cdots$①

また，$\mathrm{BE} = \mathrm{FD}$ と仮定 $\mathrm{BE} \mathbin{/\!/} \mathrm{FD}$ より，1 組の対辺が平行かつ等しいので，BEDF は平行四辺形.

さらに，仮定より対角線が直交しているので，BEDF はひし形.

ひし形の対角線は内角を 2 等分するので，

$\angle\mathrm{BEO} = \angle\mathrm{DEO}$ $\cdots$②

A を通り ED に平行な直線と EF の延長との交点を I とする．平行線の錯角は等しいので，

$\angle\mathrm{AIF} = \angle\mathrm{DEO}$ $\cdots$③

平行線の同位角は等しいので

$\angle\mathrm{AFI} = \angle\mathrm{BEO}$ $\cdots$④

②，③，④ より

$\angle\mathrm{AIF} = \angle\mathrm{AFI}$

2 つの角が等しいので $\mathrm{AI} = \mathrm{AF}$．これと ① および仮定より

$\mathrm{AI} = \mathrm{AF}$

$= \mathrm{EC}$ （①より）

$= \mathrm{EG}$ （仮定）

これと $\mathrm{AI} \mathbin{/\!/} \mathrm{EG}$（作図）より，1 組の対辺が平行かつ長さが等しいので AIGE は平行四辺形.

平行四辺形の対角線は中点で交わるので，$\mathrm{AH} = \mathrm{HG}$ （証明終）