

第2問 図2—1のように、水平な xy 平面上に原点 O を中心とした長円形のレールがあり、斜線で示された $-\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2}$, $y < 0$ の領域には鉛直上向き方向に磁束密度の大きさが B の様な磁場が加えられている。レール上に木製の台車があり、コイルを含む回路が台車に固定されている。コイルは xy 平面に平行な正方形で、一辺の長さは L 、ただし、 $L > d$ とする。コイルの四つの辺は台車の進行方向に対して平行または垂直である。上から見たとき台車とコイルの中心は一致しており、回路を含む台車の質量は m である。レールの直線部 P_0P_2 は台車の大きさに比べて十分長いものとし、区間 P_0P_2 上の $x = 0$ の点を P_1 とする。

台車が点 P_0 を速さ v_0 で x 軸正の方向(図の右方向)に出発し、その後、台車の中心が最初に P_1 , P_2 を通過した瞬間の速さをそれぞれ v_1 , v_2 とする。 v_0 に比べて速さの変化 $|v_1 - v_0|$ と $|v_2 - v_1|$ は十分に小さい。また、 $v_a = \frac{v_0 + v_1}{2}$ とする。コイルの右边が磁場に進入する瞬間と磁場から出る瞬間の台車の中心位置をそれぞれ Q_1 , Q_2 とする。同様に、左辺が磁場に進入する瞬間と出る瞬間の台車の中心位置をそれぞれ Q_3 , Q_4 とする。台車に働く摩擦力や空気抵抗、コイル自身の電気抵抗は無視できる。

I 図2—2のように、回路が正方形の一巻きコイルと抵抗値 R の抵抗からなる場合に、台車が最初に区間 P_0P_2 を走る時の運動を考える。

- (1) 台車の中心が Q_1 から Q_2 へ移動する運動について、以下の ア と イ に入る式を v_a , L , d , B , m , R のうち必要なものを用いて表せ。磁束の符号は鉛直上向きを正とする。

速さに比べて速さの変化が十分に小さいため、台車が Q_1Q_2 間を移動するのにかかる時間は $\Delta t = \frac{d}{v_a}$ と近似できる。移動の前後でのコイルを通る磁束の変化量 $\Delta\Phi$ は ア であり、この間の誘導起電力の平均値は $\bar{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ と書くことができる。移動中に誘導起電力が $\bar{E}$ で一定であると近似すると、この間に抵抗で発生するジュール熱の総和は イ と書ける。

- (2) v_1 を v_0 , L , d , B , m , R のうち必要なものを用いて表せ。

II 正方形の一巻きコイルに、抵抗値 R の抵抗、起電力 V で内部抵抗の無視できる電池、理想的なダイオードが接続された回路を台車に載せて走らせる。理想的なダイオードとは、順方向には抵抗なしに電流を通し、逆方向には電流を流さない素子である。図 2—3 は、区間 P_0P_2 を走る台車を上から見たものである。 P_0 を出発した台車は磁場を通過することにより減速した。

台車が最初に区間 P_0P_2 を走る時の運動について、 v_a, L, d, B, m, R, V のうち必要なものを用いて設問(1)~(3)に答えよ。ただし、設問 I と同様の近似を用いることができるものとする。

- (1) 台車の中心が Q_1 から Q_2 へ移動する間にコイルに流れる電流の大きさを求めよ。
- (2) この電流によりコイルが磁場から受けるローレンツ力を求めよ。力の符号は、 x 軸正の向きを正とする。
- (3) 同様に、台車の中心が Q_3 から Q_4 へ移動する間のローレンツ力を求めよ。

台車はレール上を繰り返し回りながら徐々に速度を下げ、やがて一定の速さ v_∞ で運動するようになった。設問(4), (5)に答えよ。

- (4) n 回目に P_2 を通り抜けた時の台車の運動エネルギー K_n を n の関数としてグラフに描いた場合、図 2—4 の①~④のうちどの形が最も適切か答えよ。
- (5) 速さ v_∞ を v_0, L, d, B, m, R, V のうち必要なものを用いて表せ。

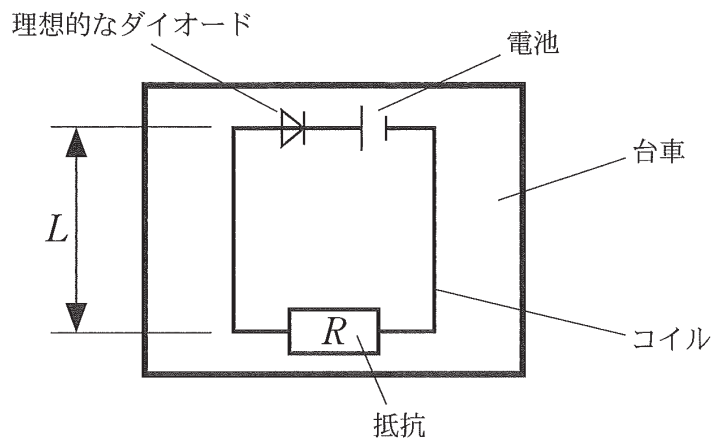


図 2—3

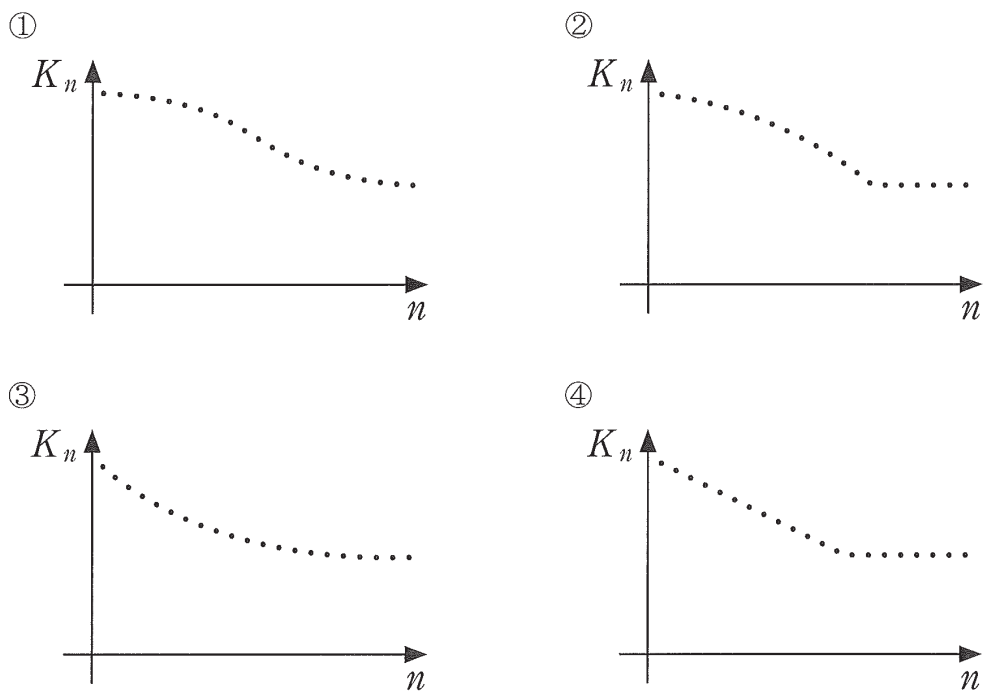


図 2—4

Ⅲ 2本の正方形一巻きコイルと接続パネルからなる回路を台車に載せて走らせる。図2—5は区間 P_0P_2 を走る台車を上から見たものである。2本のコイルの両端は接続パネルの端子 A, B, C, D に接続されている。接続パネルは図2—6に示すような抵抗と理想的なダイオードからなる回路である。設問Ⅰと同様の近似を用いることができるものとし、台車が最初に区間 P_0P_2 を走る時の運動について、以下の設問に答えよ。2本のコイルは上から見たときに完全に重なっているとみなすことができ、接続パネル以外の部分では互いに絶縁されている。また、接続パネルの大きさは無視できるものとする。

- (1) 端子 D の電位をゼロとする。台車の中心が Q_1Q_2 間を移動する間の端子 A, B の電位をそれぞれ求め、 v_0, L, d, B, m のうち必要なものを用いて表せ。
- (2) 抵抗 R_1 と R_2 の抵抗値 R_1, R_2 は $R_1 + R_2 = 6R$ を満たしながら $0 < R_1 < 6R$ の範囲で値を調節することができる。区間 P_0P_2 を通り過ぎた後の台車の速さの変化 $|v_2 - v_0|$ を $v_0, L, d, B, m, R_1, R_2$ のうち必要なものを用いて表せ。また、 $|v_2 - v_0|$ が最小となるような R_1 を求め、 R を用いて表せ。

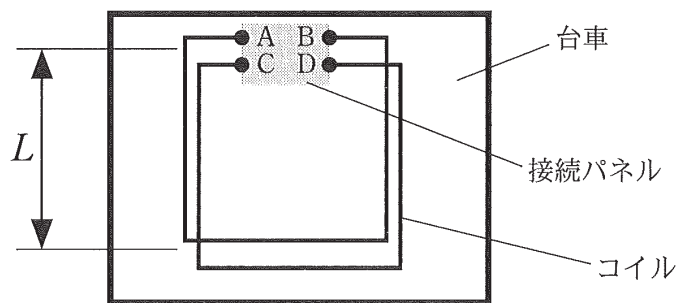


図 2—5

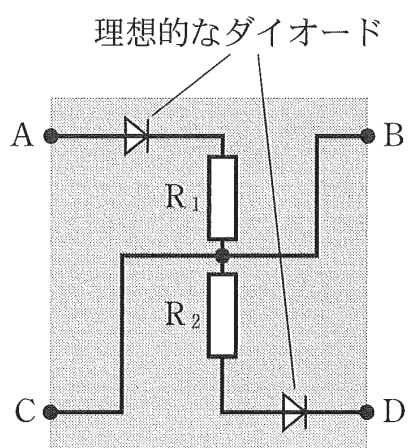


図 2—6