

## 問題

### ■ 演習

★

【1】 2次関数

$$y = x^2 - 2ax \quad \cdots (*)$$

について、次の各問いに答えよ。ただし、 $a$  は実数の定数とする。

- (1)  $x$  がすべての実数値をとって変化するとき、2次関数(\*)の最小値を  $a$  で表せ。
- (2)  $x$  が  $-1 \leq x \leq 2$  の範囲で変化するとき、2次関数(\*)の最小値  $m(a)$  を  $a$  で表せ。
- (3) (2)の  $m(a)$  が最大となるような  $a$  の値を求めよ。

★★

【2】 方程式

$$|x^2 - x - 6| = 4x + c$$

の異なる実数解の個数を、実数の定数  $c$  の値によって分類せよ。

★★★

【3】 次の問いに答えよ。ただし  $a$  は実数の定数とする。

- (1) 方程式  $x^2 + ax - 2a^2 = 0$  が実数解をもち、それらがいずれも 1 以下となるような  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (2) 方程式  $x^2 + 2x + a - 8 = 0$  が  $-2 \leq x \leq 2$  に少なくとも 1 つの実数解をもつような  $a$  の値の範囲を求めよ。

★★

【4】  $f(x) = x^2 - 2mx + 2m + 3$  とする。

- (1) すべての実数  $x$  に対して  $f(x) > 0$  が成り立つような  $m$  の値の範囲を求めよ。
- (2)  $0 \leq x \leq 4$  の範囲でつねに  $f(x) > 0$  が成り立つような  $m$  の値の範囲を求めよ。

★★

【5】 $xy$  平面上の曲線

$$C : y = \frac{9}{4}x^2 + ax + b$$

が2点  $(0, 4)$ ,  $(2, k)$  を通るとする. 次の問いに答えよ.

(1)  $a$ ,  $b$  の値を  $k$  を用いて表せ.

(2)  $C$  が  $x$  軸と接するとき,  $k$  の値と, 接点の  $x$  座標を求めよ.

(3)  $C$  が  $x$  軸と2点  $A$ ,  $B$  で交わり, 線分  $AB$  の長さが2以上となるような  $k$  の値の範囲を求めよ.