

問題

■ 演習

★

【1】 2次関数

$$y = x^2 - 2ax \quad \cdots (*)$$

について、次の各問いに答えよ。ただし、 a は実数の定数とする。

- (1) x がすべての実数値をとって変化するとき、2次関数(*)の最小値を a で表せ。
- (2) x が $-1 \leq x \leq 2$ の範囲で変化するとき、2次関数(*)の最小値 $m(a)$ を a で表せ。
- (3) (2)の $m(a)$ が最大となるような a の値を求めよ。

★★

【2】 方程式

$$|x^2 - x - 6| = 4x + c$$

の異なる実数解の個数を、実数の定数 c の値によって分類せよ。

★★★

【3】 次の問いに答えよ。ただし a は実数の定数とする。

- (1) 方程式 $x^2 + ax - 2a^2 = 0$ が実数解をもち、それらがいずれも 1 以下となるような a の値の範囲を求めよ。
- (2) 方程式 $x^2 + 2x + a - 8 = 0$ が $-2 \leq x \leq 2$ に少なくとも 1 つの実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。

★★

【4】 $f(x) = x^2 - 2mx + 2m + 3$ とする。

- (1) すべての実数 x に対して $f(x) > 0$ が成り立つような m の値の範囲を求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq 4$ の範囲でつねに $f(x) > 0$ が成り立つような m の値の範囲を求めよ。

★★

【5】 xy 平面上の曲線

$$C : y = \frac{9}{4}x^2 + ax + b$$

が2点 $(0, 4)$, $(2, k)$ を通るとする。次の問いに答えよ。

(1) a , b の値を k を用いて表せ。

(2) C が x 軸と接するとき、 k の値と、接点の x 座標を求めよ。

(3) C が x 軸と2点 A , B で交わり、線分 AB の長さが2以上となるような k の値の範囲を求めよ。