



式の計算 式の計算の利用

ポイントを確認しよう！



問題

2つの奇数の積は奇数であることを証明しなさい。

解答

2つの奇数を $2m+1$, $2n+1$ (m, n は整数) と表すと、これらの積は

$$\begin{aligned}(2m+1)(2n+1) &= 4mn + 2m + 2n + 1 \\ &= 2(2mn + m + n) + 1\end{aligned}$$

ここで、 m, n は整数であるから、 $2mn + m + n$ も整数であり、 $2(2mn + m + n) + 1$ は奇数を表す。

よって、2つの奇数の積は奇数である。 (証明終)

$$\begin{aligned}\blacktriangleleft (a+b)(c+d) \\ &= ac + ad + bc + bd\end{aligned}$$

$\blacktriangleleft 2 \times (\text{整数}) + 1$ は奇数である。

注意

2つの奇数を文字で表すとき、2つの奇数が連続しているとは限りませんから

$$2n-1, \quad 2n+1$$

としてはいけません。このようなときは、「解答」のように別々の文字を使って表します。

Point

1 計算の工夫

数の計算において、式の展開や因数分解の公式を利用すると、簡単に計算できることがある。また、式の値を求めるときも、式を展開したり、因数分解してから与えられた数を代入する方が、計算が簡単になることがある。

2 式の計算の利用

数や図形の性質を調べたり証明したりするために、式の計算が利用されることもある。とくに、証明でよく使われる表し方には、次のようなものがある。

- ① 整数は n を使って表す。
- ② 偶数は $2n$, 奇数は $2n+1$ (n は整数) と表す。
- ③ 3の倍数は $3n$, 4の倍数は $4n$ (n は整数) と表す。

他の倍数も同様である。

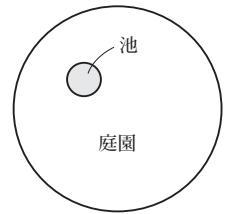
確認問題



次の問題を解いてみましょう。

(1) $x = 24$ のとき、 $(x-3)(x-7) - x(x-11)$ の値を求めなさい。

(2) 半径86mの円形の庭園の中に半径14mの円形の池がある。
このとき、池の面積をのぞいた庭園の面積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。



解答

$$(1) \quad (x-3)(x-7) - x(x-11) = x^2 - 10x + 21 - x^2 + 11x \\ = x + 21$$

これに、 $x = 24$ を代入すると

$$x + 21 = 24 + 21 = 45 \quad (\text{答})$$

(2) 池の面積をのぞいた庭園の面積は

$$\pi \times 86^2 - \pi \times 14^2 = \pi \times (86^2 - 14^2) \\ = \pi \times (86 + 14) \times (86 - 14) \\ = \pi \times 100 \times 72 \\ = 7200\pi \text{ (m}^2\text{)} \quad (\text{答})$$

ドリルにチャレンジしよう (基本問題)



【1】 因数分解を利用して、 $87^2 - 13^2$ を計算しなさい。

【2】 展開を利用して、次の計算をしなさい。

(1) 103^2

(2) 72×68

【3】 次の式の値を求めなさい。

(1) $x = 29$ のとき, $(x-5)(x+9) - (x+3)(x-3)$ の値

(2) $x = 5.15$, $y = 4.85$ のとき, $x^2 - y^2$ の値

【4】 「1, 3, 5」, 「2, 4, 6」のように, 2 ずつ大きくなる 3 つの整数では, まん中の整数の 2 乗は, 残りの 2 つの整数の積より 4 大きい。このことを証明しなさい。

【5】 次の各問いに答えなさい。

(1) 126にできるだけ小さい正の整数をかけて、ある正の整数の2乗にするには、どのような数をかければよいですか。

(2) 480をできるだけ小さい正の整数でわって、ある正の整数の2乗にするには、どのような数でわればよいですか。

- 【6】 1辺の長さが x cmの正方形がある。この正方形の縦を4cm長くし、横を4cm短くして長方形をつくる。このとき、もとの正方形の面積は、辺の長さを変えてできた長方形の面積と比べてどれだけ大きいですか。



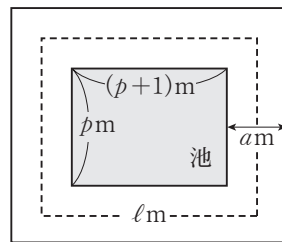
- 【7】 2つの正の整数 a , b を8でわると、余りはそれぞれ2, 4になる。このとき、 ab は8の倍数であることを証明しなさい。

ドリルにチャレンジしよう (応用問題)



- 【1】 2つの整数 x, y について, $A = x + 4y, B = 2x - y$ とするとき, $A^2 + 2B^2$ が 9 の倍数であることを証明しなさい。

- 【2】 右の図のように, 縦 p m, 横 $(p+1)$ m の長方形の池のまわりに, 幅 a m の道がついている。この道の面積を S m², 道のまん中を通る線の長さを ℓ m とするとき, $S = a\ell$ が成り立つことを証明しなさい。



【3】工夫して、次の計算をなさい。

(1) $3.5^2 \times 1.414 - 1.5^2 \times 1.414$

(2) $101^2 - 51^2 + 49^2$

【4】縦が $2x$ m, 横が x m の長方形の花だんがある。この花だんの縦を 3m 縮め, 横を 4m 広げると, 面積がもとの花だんより 18m^2 大きくなるという。このとき, もとの花だんの縦の長さを求めなさい。

【5】右の図のような 3 つの長方形 ABCD, ECFG, AHGI があり

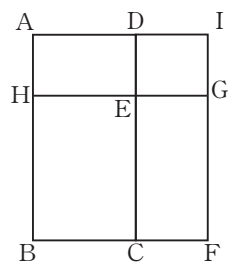
$$AB = 2a \text{ cm}, BC = a \text{ cm},$$

$$FG = 2b \text{ cm}, CF = b \text{ cm}$$

である。3 つの長方形 ABCD, ECFG, AHGI の面積をそれぞれ S, S', T とするとき

$$T = S - S'$$

が成り立つことを証明しなさい。ただし, $a > b$ とする。



【6】連続する4つの整数について、大きい方の2数の積から小さい方の2数の積をひいた結果は、これらの4つの整数の和になることを証明しなさい。

【7】 $x + y = 5$, $xy = -3$ のとき, $x^2 + 3xy + y^2$ の値を求めなさい。



【8】 a は7でわると5余る正の整数で、 b は7でわると2余る正の整数である。このとき、 $a^2 + b^2 - ab$ を7でわったときの余りを求めなさい。



【9】 右の図のような $\triangle ABC$ と、その3辺に接する円 O がある。
 $\triangle ABC$ の面積を $S\text{cm}^2$ 、 $\triangle ABC$ の周の長さを $l\text{cm}$ 、円 O の半径を $r\text{cm}$ とすると、 S を l 、 r を用いた最も簡単な式で表しなさい。

