

分 か る と 快 感 !

Z会ナビ

▶算数 理科 歴史 地理

お題

白石180個と黒石181個を、 横一列に並べる

(東京大学 2001年 数学)

「Z会ナビ」が

Webサイト

でも読めます!



Z会おとナビ新聞

検索

これまでの内容も掲載しています!

白石180個と黒石181個の合わせて361個の碁石を横一列に並べます。碁石がどのように並んでいても、次の【条件】をみたす黒の碁石が少なくとも1個あることを説明しなさい。

【条件】

その黒の碁石とそれより右にある碁石をすべて除くと、残りは白石と黒石が同数になる。ただし、碁石が1個も残らない場合も同数とみなす。

以下では、白石を○、黒石を●と表すことにします。合計361個の○と●を並べるのは大変ですし、【条件】も少し複雑です。そこで

- ・小さい個数で考える
- ・図を使って調べる

という工夫でこの問題に取り組みましょう。

小さい個数で考える

まず、○2個と●3個で確認しましょう。この5個の碁石を横一列に並べると、たとえば

例1: ●○○●○

例2: ○○●●●

のように並べられますね。

例1の場合、左端の●とそれより右にある碁石をすべて除くと、碁石が一つも残らないので、【条件】をみたしますね。また、左から3番目の●とそれより右にある碁石をすべて取り除くと●○となるので、これも【条件】をみたします。左から4番目の●は【条件】をみたしません。

例2の場合は、右端の●だけが【条件】をみ



イラスト・瑞木匠

図1

- が2個多い
- が1個多い
- と●は同数
- が1個多い
- が2個多い

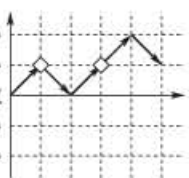
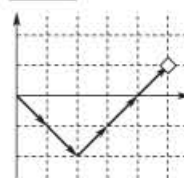


図2



この図では、横軸は左から何個目までの碁石を考えているかを表します。また、縦軸が○と●の個数の違いとなります。【条件】をみたす●について、図の中に◇で示しておきました。


◇の特徴をつかむ

上の図において、◇は「△で『●が1個多い』の直線上にくる」位置にあります。この理由は、【条件】をみたす●を探すので、●に対応する△でなければなりませんし、碁石を除いたあとに○と●が同数になるためには、●を1個多く除かなければならないからです。

どのように碁石を並べても、●の方が1個多いので、少なくとも1回は必ず「△で『●が1個多い』の直線上にくる」ときがあります。したがって、【条件】をみたす黒の碁石が少なくとも1個あります。そして、○が180個と●が181個であっても、同様に説明することができますね。【Z会・上田倫也】

! 今回の教訓

図に置き換えて考えました。



上田倫也さん 2011年Z会入社。
中学・高校生向けの数学の教材編集を担当。のんびり過ごすのが好き。1984年、大阪府堺市生まれ。博士(理学)。

図に置き換える

たします。

このように、例1の場合は2個の●が、例2の場合は1個の●が、それぞれ【条件】をみたすので、「【条件】をみたす黒の碁石が少なくとも1個ある」はどうやら正しそうです。

○と●の数の違いを図で表す

例1、例2の碁石の並べ方について、○を△に、●を▽に、それぞれ置き換えて、右上の図1、図2に対応させることにします。