

分 かん と 快 かん 感 ！

# Z会ナビ

▶算数 理科 歴史 地理

お題 だい

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2014 \times 2015} = ?$$

(センター試験 2010年度 数学)

「Z会ナビ」が

Webサイト

でも読めます!



Z会おとナビ新聞

検索

これまでの内容を掲載しています!

次の値を求めなさい。

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2014 \times 2015}$$

素直に計算しようとすると

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{4058210}$$

のようになりますが、分母の数のかけ算を2014回もしなければなりませんし、あとの方になると数が大きくなって大変です。また、かけ算が終わっても、2014個の分数を通分してからたし算するのはもっと大変です。

そこで、今回は、部分分数分解という計算の工夫を使います。

## 一つ一つの分数を部分分数分解する

部分分数分解とは、分数を、二つの分数の和や差の形に変形することです(三つ以上に分解することもあります)。たとえば  $\frac{1}{2 \times 3}$  を部分分数分解すると

$$\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

となります。逆に、 $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$  というひき算は

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{3 \times 2} = \frac{1}{2 \times 3}$$

というように、通分して計算しますね。つまり、部分分数分解とは、通分の逆の変形をして、分数のひき算(またはたし算)の形に直す方法の



イラスト・瑞木匠

## 分数を分解して考える

ことです。

同じようにすると、計算する式に出てくる分数は、それぞれ

$$\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

⋮

$$\frac{1}{2014 \times 2015} = \frac{1}{2014} - \frac{1}{2015}$$

と部分分数分解できますね。

## 部分分数分解した結果を用いる

部分分数分解の結果から、計算する式は

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2014 \times 2015}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$

$$+ \frac{1}{2014} - \frac{1}{2015}$$

となりますね。この式をよくみると、最初の1と最後の  $\frac{1}{2015}$  以外は  $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$  のように必ず打ち消し合います。ですので、求める値は

$$1 - \frac{1}{2015} = \frac{2014}{2015}$$

となります。

なお、今回の  $\frac{1}{2 \times 3}$  や  $\frac{1}{3 \times 4}$  のような分母に出てくる二つの数の差が1以外のときでも

$$\frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$$

のように部分分数分解することができます。

【Z会・上田倫也】

！今回の教訓  
部分分数分解を用いて計算を工夫しました。



上田倫也さん 2011年Z会入社。  
中学・高校生向けの数学の教材編集を担当。のんびり過ごすのが好き。1984年、大阪府堺市生まれ。博士(理学)。