

分 か る と 快 感 !

Z会ナビ

算数 理科 歴史 地理

お題

5本の直線の長さが最も短くなるのは?

(早稲田大学 2015年 数学)

「Z会ナビ」が

Webサイト

でも読めます!

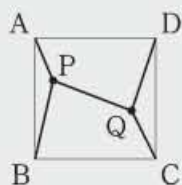


Z会おとナビ新聞

検索

これまでの内容も掲載しています!

下の図のように、一辺の長さが10センチの正方形ABCDの中に点P、Qをとり、直線AP、BP、PQ、CQ、DQを引きます。



5本の直線の長さの和

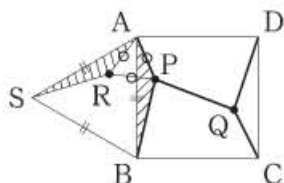
$$AP + BP + PQ + CQ + DQ$$

が最も短くなるのは、点P、Qがどこにあるときでしょうか。

折れ線をつくる

5本の直線が複雑につながっているため、これらの直線の長さの和は考えにくいですね。たとえば、APを短くしようとするとBPが長くなってしまいますし、PQを短くしようとすると残りの4本の直線が長くなってしまいます。そこで、5本の直線の長さの和を考えやすいように直線を移動させて考え、直線のつながり方を変えましょう。

まず、下の図のように点R、Sをとります。ここで、三角形ARPと三角形ASBは正三角形です。



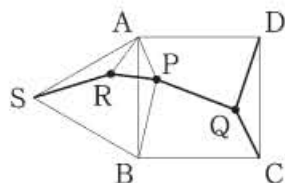
すると、斜線部分の二つの三角形は合同になっています。三角形ABPを60度回転させると



イラスト・瑞木匠

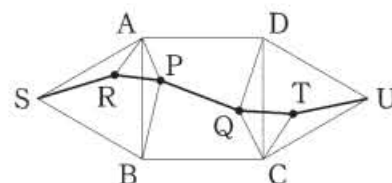
別の場所に 移して考える

三角形ASRに重なりますね。よって、BP=SRです。また、三角形ARPは正三角形なので、AP=RPです。したがって、BPをSRに、APをRPに、それぞれ移動させると、下の図のようになります。



2本の直線CQ、DQについても、同じよう

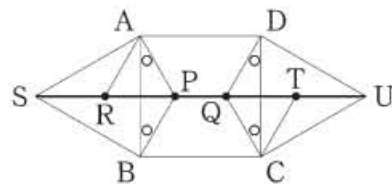
に移動させると、それぞれ下の図のTQ、UTになります。



つまり、折れ線になっているSRPQTUの長さを最も短くすればよいわけですね。

まっすぐな線を考える

折れ線SRPQTUの長さが最も短くなるのは、点Sから点Uまで、まっすぐな線を引いたときなので、下の図のようになります。



このように、○をつけた四つの角の大きさがすべて30度となるようなところに点P、Qがあるときに、5本の直線の長さの和が最も短くなります。このとき、5本の直線の長さの和は約27.32センチとなります。【Z会・上田倫也】

! 今回の教訓

直線を移動させて、折れ線の長さが最も短くなることを考えました。



上田倫也さん 2011年Z会入社。中学・高校生向けの数学の教材編集を担当。のんびり過ごすのが好き。1984年、大阪府堺市生まれ。博士(理学)。