

わかると快感!

# Z会ナビ

▶算数 ▶理科 ▶歴史 ▶地理

お題

4けたの整数をひっくり返すと、  
もとの数との差は9の倍数?

(佐賀大 2013年 数学)

「Z会ナビ」が

Webサイト

でも読めます!



Z会おとナビ新聞

検索

これまでの内容も掲載しています!

1から9までの数字のうち四つを選んで並べると、4けたの整数ができます。その整数を紙に書き、次に、数字の並び順を逆にした整数を書いて、二つの数の差を計算してみましょう。

たとえば、6327という数を考えると、逆にしてできる数は7236です。この二つの数の差は

$$7236 - 6327 = 909 \text{ です。これは、9の倍数}$$

ですね。

他の数を考えたときも、そうなのでしょうか。

たとえば、5913という数を考えれば

$$5913 - 3195 = 2718 \text{ となるし、9876なら}$$

$$9876 - 6789 = 3087 \text{ のようになります。なる}$$

ほど、たしかにこれらも9の倍数です(9×302、9×343)。どんな4けたの整数を考えたときも、9の倍数になるのでしょうか?

## けたをばらばらにして考える

たとえば、7384の場合で考えてみましょう。

けたをばらばらにして考えると、この数は

$$7000 + 300 + 80 + 4 \text{ と分けることができます。また、7384をひっくり返してできる4837}$$

という数は

$$4000 + 800 + 30 + 7 \text{ と分けることができます。そうすると、7384-4837という引き算は}$$

$$(7000 + 300 + 80 + 4) - (4000 + 800 + 30 + 7)$$

と表すことができますね。そして、同じ数字の

部分が集まるように計算の順序を工夫すると

$$(7000 - 4000) + (300 - 800) - (80 - 30) - (4 - 7)$$

$$= 3000 - 500 - 50 - 3 = 2447$$



イラスト：瑞木匠

## 式のまま考える

という式に直すことができます。

### 同じ数字の部分をまとめる

さて、先ほどの式で、7000-7というのは

$$7 \times 1000 - 7 \times 1 \text{ のことですから、この}$$

部分は  $7 \times (1000 - 1)$  つまり  $7 \times 999$

とまとめることができます。同じように、300-30の部分も、 $3 \times 90$ とまとめられます。その

ようにすると、先ほどの式は

$$7 \times 999 + 3 \times 90 - 8 \times 90 - 4 \times 999$$

となります。

ここで、999や90は、9の倍数です。そして、

整数に9の倍数をかけてできる数は9の倍数なので、 $7 \times 999$ や、 $3 \times 90$ というのは9の倍数です。 $8 \times 90$ や $4 \times 999$ も同じですね。

さらに、9の倍数どうしを足したり引いたりしてできる数も、9の倍数です。よって、

$$7 \times 999 + 3 \times 90 - 8 \times 90 - 4 \times 999$$

は、9の倍数ということになります。

### 他の数字のときも……

これで、7384-4837は9の倍数であることが分かりました。ここで重要なのは、今の説明では、7、3、8、4といった数字の部分をも他の数字におきかえても、説明が通じることです。つまり、今の説明から、「7384ではなく他の数のときでも、同じ考え方で、差が9の倍数になることがわかる」といえるわけです。

もちろん、7384-4837が9の倍数かどうか調べるだけなら、7384-4837=2547から、2547÷9を計算すれば分かります。でもそれでは、他の数のときも9で割り切れるかどうかは、想像でしか分からないのですね。【Z会・宮坂聡】

### ！今回の教訓

計算せずに式のまま考えることで、他の数のときでも使える一般的な説明ができました。



みやざかし 宮坂聡さん 2006年Z会入社。これまで5年間、大学受験用の数学の教材編集を担当。趣味は音楽と読書。妻と子と3人暮らし。1982年、長野県諏訪市生まれ。