

分かる と 快感!

Z会ナビ

▶算数 ▶理科 ▶歴史 ▶地理

お題

三角形を六つに分けたうち、三つの部分の面積がわかっている。全体の面積はどれだけ?

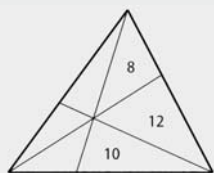
(東京大学大学院 2011年)

ご希望の図鑑1冊を
抽選で300名様にプレゼント!

図鑑
プレゼント
キャンペーン

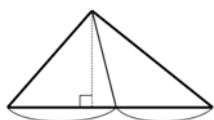
Z会 図鑑 検索

下の図のように、三角形が六つに分けてあり、そのうち三つの部分の面積が8、12、10とわかっています(面積の単位は平方センチメートルです)。この三角形全体の面積はどれだけでしょうか。



三角形を二つの三角形に分けると...

今回の問題を考える前に、一つ確認しておきたいことがあります。下の図を見てください。



三角形の頂点から、辺の途中に向かって直線を引き、三角形を二つに分けた図形です。この形では、二つの部分の面積の比は、分けた辺の長さの比と等しくなるのです。たとえば、面積の比が3:2ならば、分けた辺の長さの比も3:2ということなのです。

なぜでしょうか。三角形の面積は、「(底辺) × (高さ) ÷ 2」で計算できます。分けてできた二つの三角形では、その分けた辺を底辺と考えれば、高さはどちらも同じ。よって、底辺の長さの比が、面積の比になるのですね。

面積の比から、辺の長さの比を考える

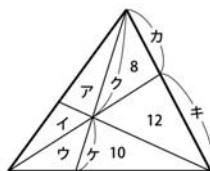
次の図のように、わからない部分の面積を



イラスト・瑞尋木匠

辺の比で考える

ア、イ、ウとします。また、辺の長さをカ、ク、ケとしましょう。



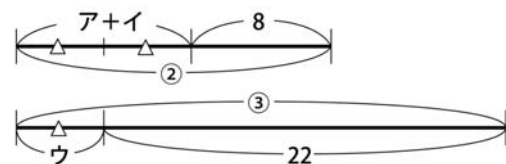
面積8の三角形と、面積12の三角形は、先ほど考えたような、一つの三角形を分けた形になっていますね。よって、カ:キの比は面積の比と同じで8:12、つまり2:3とわかります。同じように、面積8+12の三角形と、面積10

の三角形に注目することで、ク:ケの比は20:10、つまり2:1とわかります。

一方で、ア+イとウの三角形を比較すると、この比もク:ケと同じになるはずですね。よって、(ア+イ):ウ=2:1となります。ア+イが△二つ分とすると、ウは△一つ分ですね。

さらに、ア+イ+8と、ウ+10+12の三角形を比較すると、(ア+イ+8):(ウ+10+12)はカ:キと同じなので、2:3です。

この様子を表したのが下の線分図です。



△+△+8が②にあたるのですから、③にあたるのはその $\frac{3}{2}$ 倍で、△+△+△+12です。それが△+22と等しいのですから、△+△=10、つまり△=5ですね。

よって、ア+イ=10、ウ=5ですから、三角形全体の面積は、10+5+8+12+10で、45平方センチメートルということになります。【Z会・宮坂聡】

! 今回の教訓
三角形の面積の比を、辺の比で考えました。



宮坂聡さん 2006年Z会入社。これまで5年間、大学受験用の数学の教材編集を担当。趣味は音楽と読書。妻と子と3人暮らし。1982年、長野県諏訪市生まれ。