

分かる快感!

Z会ナビ

算数 理科 歴史 地理

お題

黒石と白石を正方形に並べることができるのはどんなとき?

(茨城大 2013年)

「Z会ナビ」が

Webサイト

でも読めます!



Z会おとナビ新聞

検索

これまでの内容も掲載しています!

図のように、81個の黒石が9×9の正方形に並べてあります。また、白石も正方形に並べてありますが、その個数はわかりません。いま、この黒石と白石をまぜて並べ替えたなら、一つの大きな正方形に並べることができました。

白石は何個あったのでしょうか。

白石は、初め正方形に並べてあったのですから、その個数は、たとえば16個(4×4)や25個(5×5)のように、「□×□」の形に表せる数でなければいけませんね。

では、あてずっぽうですが、もし白石の個数が「25個」だったとしたらどうでしょうか。

それだと、石は全部で106個(81+25)になります。でも、106個の石は正方形に並ぶのでしょうか? 1×1、2×2、3×3、……と、小さい方から順に調べていくと、10×10=100の次は11×11=121になるので、□×□=106となる数はないとわかりますね。よって、白石の個数は「25個」ではありません。

並べ方を工夫して見やすくする

あてずっぽうでは難しそうですから、筋道を立てて考えましょう。

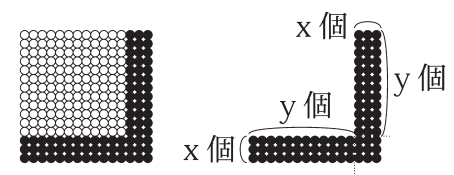
問題ではまぜて並べるとありますが、次の図のように白石だけまとめて並べるとどうでしょ



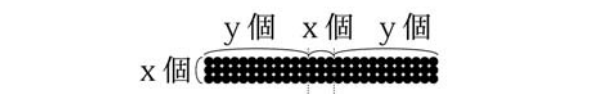
イラスト・瑞野木匠

ぴったり並べる

うか。白石はもともと正方形に並んでいたのですから、白石を集めればこのように正方形に並べることができるはずですね。



このとき、黒石はL字形に並びます。そこで、このL字形の部分の道幅をx、白石の正方形の一边をyとしましょう。すると、このL字形の黒石(81個あります)は、次の図のような横長の長方形に並べ替えることができます。



81個の石を長方形に並べる方法

81個の石を横長の長方形に並べるとき、長方形の縦の長さや横の長さはどうすればよいでしょうか。縦に□個並べるとすると、横には(81÷□)列並ぶことになりますね。そこで「81÷□」の□に1、2、3、……などの数をあてはめてみると、割り切れて横長の長方形になるのは「81÷1」と「81÷3」だけです。つまり、81個の石を横長の長方形に並べる方法は

- ① 縦1、横81
 - ② 縦3、横27
- という二つしかないことがわかります。

①のときは、xが1で、y+x+yが81ですから、yは40ということになります。つまり、白石の個数は、40×40で、1600個です。

②のときは、xが3で、y+x+yが27ですから、yは12ということになります。つまり、白石の個数は、12×12で、144個です。

よって、答えは1600個、または144個ということになります。【Z会・宮坂聡】

今回の教訓

ぴったり正方形や長方形に並べることができるというのは大きなヒントです。

宮坂聡さん 2006年Z会入社。これまで5年間、大学受験用の数学の教材編集を担当。趣味は音楽と読書。妻と子と3人暮らし。1982年、長野県諏訪市生まれ。