

わかると快感!

Z会ナビ

算数

理科

歴史

地理

お題

$\frac{1}{A}$ と $\frac{1}{B}$ と $\frac{1}{C}$ の和が $\frac{3}{2}$ になるのは どんなとき?

(成蹊大学 2012年 数学)

「Z会ナビ」が

Webサイト

でも読めます!



Z会おとナビ新聞

検索

これまでの内容も掲載しています!

A、B、Cはすべて異なる数で、0より大きい整数とします。 $\frac{1}{A}$ と $\frac{1}{B}$ と $\frac{1}{C}$ の和が $\frac{3}{2}$ になるのは、A、B、Cにどんな数をあてはめたときでしょうか。ただし、A、B、CのうちでAが最も小さく、Cが最も大きいものとします。

まずは、でたらめに数をあてはめてみましょう。Aが最も小さく、Cが最も大きいというので、たとえばA、B、Cを4、6、8とするとどうでしょうか。

$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$ を計算すると $\frac{13}{24}$ です。これは $\frac{3}{2}$ よりもだいぶ小さいので、「4、6、8」はあてはまる数とはいえませんね。

どのくらいの数があてはまる?

和が $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$ よりもっと大きくなるようにしなければいけません。分母というのは、分母が小さいときほど、大きな分数になるのでしたね。よって、分母には、4、6、8よりも小さい数をあてはめればよさそうです。どれほど小さな数をあてはめればよいのでしょうか。

ところで、 $\frac{1}{A}$ と $\frac{1}{B}$ と $\frac{1}{C}$ の和が $\frac{3}{2}$ になるということは、その平均は、 $\frac{3}{2} \div 3$ なので、 $\frac{1}{2}$ ですね。いま、 $\frac{1}{A}$ と $\frac{1}{B}$ と $\frac{1}{C}$ のうちで最も大きいのは $\frac{1}{A}$ ですから、 $\frac{1}{A}$ は平均の $\frac{1}{2}$ よりも大きはずです。つまり、Aは2よりも小さな数でなければなりません。よって、Aは1です。



イラスト・瑞穂木匠

他の数ではだめ 一つ一つ確認

範囲を絞って考える

Aが1だとすると、 $\frac{1}{A}$ は1ですから、残りの $\frac{1}{B}$ と $\frac{1}{C}$ の和は $\frac{1}{2}$ になります。すると、 $\frac{1}{B}$ と $\frac{1}{C}$ の平均は $\frac{1}{4}$ ですから、 $\frac{1}{B}$ と $\frac{1}{C}$ のうちで大きいほうである $\frac{1}{B}$ は、 $\frac{1}{4}$ よりも大きい分数です。つまり、Bは4よりも小さな数です。しかもAより大きいので、Bは2か3のどちらかですね。

Bが2だとすると、 $\frac{1}{A}$ と $\frac{1}{B}$ だけで和が $\frac{3}{2}$ になってしまうので、これはだめです。一方、Bが3だとするとどうでしょうか。Cを6にすれば $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C}$ は $\frac{3}{2}$ になります。つまり、答えは、「A、B、Cが1、3、6のとき」です。

他にあてはまる数がないこと

これで、「1、3、6」があてはまる数であるということがわかりました。しかも、あてはまる数が他にないということもわかりました。

「Aは、1でなければいけない」「Bは、2か3でなければいけない」というように範囲を絞り込んで、他の数ではだめということをつ一つ確認しながら考えたからです。

単に「1、3、6」という数を見つけるだけなら、あてずっぽうで何度か試しているうちにできるかもしれません。でも、その方法では、他にもあてはまる数があるのかないのか、よくわかりませんね。【Z会・宮坂聡】

! 今回の教訓

範囲を絞り込むことで、どんな数でなければならぬか考えました。



宮坂聡さん 2006年Z会入社。これまで5年間、大学受験用の数学の教材編集を担当。趣味は音楽と読書。妻と子と3人暮らし。1982年、長野県諏訪市生まれ。