

わかると快感！

Z会ナビ

▶算数 ▶理科 ▶歴史 ▶地理

お題

赤い玉と青い玉をつないで 輪にすると……？

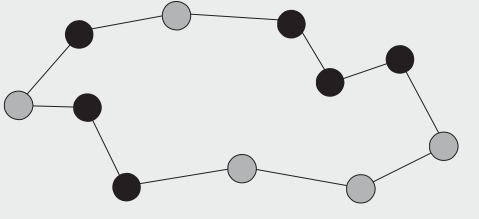
(東京大学 2002年 数学)

「Z会ナビ」が
Webサイト
でも読めます!

Z会おとナビ新聞 検索

これまでの内容も掲載しています!

赤い玉を何個か用意し、青い玉も何個か用意して、竹ひごでつないで輪を作ります。



このとき、竹ひごの中には、同じ色の玉どうしをつないでいる竹ひごもありますし、別々の色の玉をつないでいる竹ひごもありますね。

「別々の色の玉をつないでいる竹ひごの本数は必ず偶数である」ということを確かめ、その理由を説明しなさいというのが、今回の問題です。なお、偶数というのは、2で割り切れる数のことです。

たとえば、上の図では、竹ひごが11本あるうち、別々の色の玉をつないでいるのは6本です。赤い玉や青い玉の個数にかかわらず、いつでもこのように偶数になるのでしょうか。

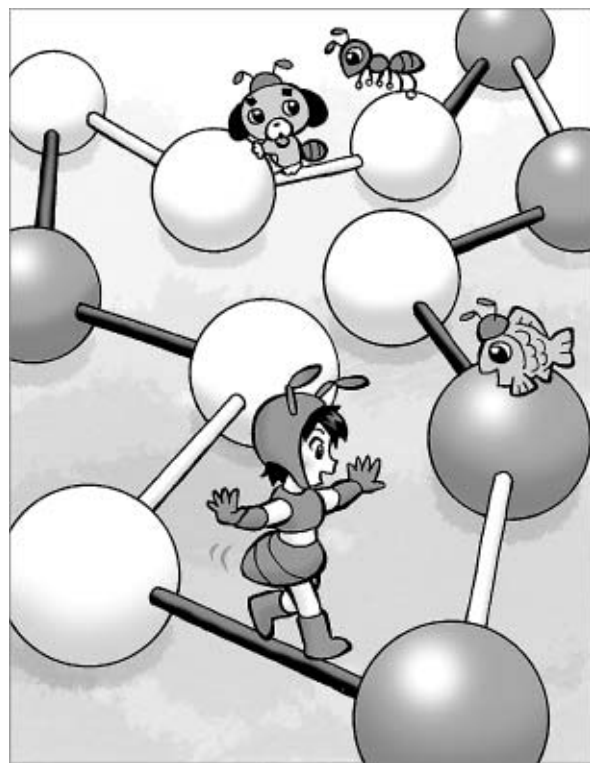
アリになって考えよう

1ぴきのアリが、赤い玉からスタートして、竹ひごの上を渡っていきとを考えましょう。

「別々の色の玉をつないでいる竹ひご」を、わかりやすいように黒く塗って、「黒い竹ひご」と呼ぶことにします。

アリが、玉の色に注目しながら輪の上を歩いていくと、どうでしょうか。

黒い竹ひごを渡ったときは、次からは別の色の玉になりますね。一方、黒くない竹ひごを渡



イラスト：瑞木匠

ひとつずつ考える

ったときは、次も前と同じ色の玉になります。

さて、何回か竹ひごを渡ったところで、ちょっと考えてみましょう。もし、今まで渡った竹ひごの中に1本だけ黒い竹ひごがあったとすると、今は何色の玉にいますのでしょうか？ そう、初めは赤い玉で、そのあと1回だけ黒い竹ひごを渡ったのですから、今は青い玉ですね。

では、今まで渡った竹ひごの中に、黒い竹ひごが2本あったとすると？ 赤から青に変わり、また赤に変わったのですから、今は赤い玉です。

このように、アリは黒い竹ひごを渡るたびに、玉の色が赤い玉、青い玉、また赤い玉……と変わります。ですから、赤い玉にいるのは

- ・黒い竹ひごを一度も渡ってないとき
- ・黒い竹ひごを2回だけ渡ったとき
- ・黒い竹ひごを4回だけ渡ったとき
- ・黒い竹ひごを6回だけ渡ったとき

……

つまり、黒い竹ひごを渡った回数が偶数のときですね。

輪を1周すると……？

アリが輪を1周して、すべての竹ひごを渡ったときのことを考えましょう。


元の玉に戻ってきたのですから、今いる玉の色はもちろん赤です。ということは、今までに渡った黒い竹ひごの本数は偶数ですね。

全部の竹ひごを渡ると、その中で黒い竹ひごの本数は偶数ということです。これで、「別々の色の玉をつないでいる竹ひごの本数は偶数」ということの理由が説明できましたね。

【Z会・宮坂聡】

！今回の教訓

いっぺんに全体を考えるのは難しいので、アリになった気持ちで順々に考えました。



宮坂聡さん 2006年Z会入社。これまで5年間、大学受験用の数学の教材編集を担当。趣味は音楽と読書。妻と2人暮らし。1982年、長野県諏訪市生まれ。