

わかると快感！
Z会ナビ
算数 理科 歴史 地理

お題
1000円札、500円玉、100円玉の3種類
のお金を使って1万円を支払うとき、
支払い方は何通り？ (東京大学大学院 2006年)

「Z会ナビ」が
Webサイトでも読めます！
Z会おとナビ新聞 検索
これまでの内容も掲載しています！

1000円札、500円玉、100円玉の3種類のお金を使って、1万円を支払います。ただし、1000円札だけとか、500円玉だけなどのように、お金を3種類全部使わなくてもよいものとします。支払い方は、全部で何通りあるでしょうか。

1000円ずつのかたまりを作る

ところで、たとえば用意したお金が「1000円札4枚、500円玉7枚、100円玉25枚」だったとして、これが本当に1万円になっているか確認するには、どうしたらよいでしょう。

こういうときは、1000円ずつのかたまりを作るようにするとよいですね。つまり、用意したお金は500円玉や100円玉が交ざっていますが、これを全部1000円札に両替してみると考えるわけです。本当に1万円になっているなら、1000円札は全部で10枚できるはずですね。

やってみましょう。
まず、500円玉2枚で1000円札1枚に両替できるから、7枚の500円玉からは、1000円札が3枚できて、あとに1枚の500円玉が残ります。

その残った500円玉は、100円玉5枚とあわせると、1枚の1000円札に両替できます。

100円玉は25枚あったので、残りは20枚です。これを両替すると、1000円札が2枚できますね。

初めからあった1000円札4枚とあわせると、
 $4 + 3 + 1 + 2 = 10$ (枚)

となり、確かにお金は1万円とわかりました。



イラスト：瑞木匠

ひょう がんが
表で考える

1000円札を10枚用意してくずす

問題に戻りましょう。どんな支払い方でも、1000円のかたまりを作って1000円札に両替すれば、1000円札10枚になるのです。

ということは、支払い方を決めるには「①まず、1000円札を10枚用意しておく」「②そのうちの何枚を500円玉にくずすか決める」「③さらに、そのうちの何枚を100円玉にくずすか決める」という手順で考えればよいのですね。

たとえば、6枚の1000円札をくずすと、500円玉は12枚できます。

このうちの何枚かを100円玉にくずすのだから、くずす500円玉の枚数は0枚から12枚までの13通りがあります。よって、1000円札を6枚くずす場合、1万円の支払い方は13通りです。これを表でかくと、こうですね。

1000円札のくずす枚数	6
できる500円玉の枚数	12(=2×6)
500円玉のくずし方の数	13(=12+1)
支払い方の数	13

1000円札のくずす枚数は、少なければ0枚、多ければ10枚です。そこで、くずすのが0枚から10枚までのそれぞれの場合について考えます。

1000円札のくずす枚数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
できる500円玉の枚数	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
500円玉のくずし方の数	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
支払い方の数	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21

こうなりますから、支払い方は全部で
 $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21$ (通り)

つまり、121通りあるのです。【Z会・宮坂聡】

！今回の教訓
1000円札のくずす枚数ごとに、表をかいて考えました。

宮坂聡さん 2006年Z会入社。これまで5年間、大学受験用の数学の教材編集を担当。趣味は音楽と読書。妻と2人暮らし。1982年、長野県諏訪市生まれ。