

分かる快感!

Z会ナビ

▶算数

理科

歴史

地理

お題

1、2、4、8、16、32……のうちから数を選んで合計すると、どんな数でも必ず作れる?

(お茶の水女子大学 2010年 数学)

1、2、4、8、16、32……のように、1から順に2をかけていったときにできる数を、2の「べき」といいます。

2のべきをたし合わせると、たとえば13という数は、 $1+4+8$ として作ることができます。また、18という数は、 $2+16$ として作ることができます。このようにいろいろな数が作れますが、本当にどんな数でも作れるのでしょうか。

ただし、「どんな数でも」と言っても、0や小数などを作るのは明らかに無理ですから、ここでは、1以上の整数だけを考えています。

なお、 $1+4+4+4$ のように同じ数を何度か使うことは、できないものとしましょう。

まず手始めに、1から10までの数を作ってみましょう。

10より大きい数も、この調子で工夫すれば作れそうですね。ただし、今回は「必ず作れますか」という質問ですから、「作れそうな気がする」というのでは答えになりません。「本当? じゃあ100が作れますか? 101は?」と聞かれたとき、やってもいないのに確信をもって「できます!」とは言えないからです。

数	作り方
1	1
2	2
3	1+2
4	4
5	1+4
6	2+4
7	1+2+4
8	8
9	1+8
10	2+8

実際にやってみるところを想像する

先ほどの表を、11、12……とどんどん伸ばしていくことを想像しましょう。そして、今は99までの作り方がわかって、これから100の作り方を考えようとしているところだとします。



イラスト・瑞木匠

手順を考え 言葉にまとめる

ところで、100というのは、50の2倍ですよ。50は100より小さい数なので、今100の作り方を考えているときには、50の作り方はもう表の中に書いてあるはず。ここではちょっと私から教えてしまいますが、50の作り方は

$$2+16+32$$

です。この式がわかっているならば、式の中で使っている数をそれぞれ2倍して

$$4+32+64$$

とすると、50の2倍、つまり100が作れますね。

100が作れたら、次の101は簡単です。100を作る式には1を使わないので、1をたして

$$1+4+32+64$$

とすれば、101を作ることができますね。

やり方の手順をまとめる

100を作ったときの考え方は、100に限らず何かの2倍になっている数、つまり偶数のときにはいつでも使えます。たとえば、300を作るときは、300は150の2倍なので、150を作る式をもとにすればよいわけです。

また、偶数でないとき、つまり奇数のときには、100をもとにして101を作った考え方が使えます。たとえば、奇数である105は、104の式をもとにすれば作れます。(104を作る式がどんな式かはまだわかりませんが、52の式を2倍して作るのですから、1は使わないはず)

この方法なら、作り方の表はどこまでも伸ばせますね。「そのつど工夫すれば多分できる」というのでなく、「こうすれば誰でもできる」という手順を考え、言葉にまとめたことが重要です。これなら、やったことがなくても「必ず作れる」と宣言できますね。【Z会・宮坂聡】

! 今回の教訓

やり方をハッキリした手順にまとめることで、「必ずできる」という確信ができました。



宮坂聡さん 2006年Z会入社。これまで5年間、大学受験用の数学の教材編集を担当。趣味は音楽と読書。今年6月に結婚。1982年、長野県諏訪市生まれ。