

しょうがく かい しんる しんがく
小学生の進路・進学

分かる と 快感!

Z会ナビ

▶算数 ▶理科 ▶歴史 ▶地理

お
題

数字の1か2だけを使って表せる5ケタ
の数を全部たしたらいくつになるか?

(京都大学 2011年 数学)

1か2だけを使って表せる5ケタの数とは、たとえば「12122」や「22211」などのことです。京都大学で出題されたときには、5ケタと具体的に指定されていたわけではないのですが、ここでは5ケタの場合で考えてみましょう。

まずは個数を調べる

まず、1か2だけを使って表せる5ケタの数というのは、全部で何個あるか考えましょう。

そのときは、個数が多そうなので、うまく分類して数えましょう。たとえば、万の位に注目すると、5ケタの数は「1□□□」の形の数と「2□□□」の形の数に分類できます。

しかも、実は「1□□□」と「2□□□」は同じ個数だけあります。なぜなら、どちらの個数も、「□□□」の部分に数字を並べる並べ方が何通りあるか考えることになるからです。

つまり、1か2だけを使って表せる5ケタの数のちょうど半分が「1□□□」という形です。

さらに、そのまた半分が、「11□□□」の形です。理由は同じで、「1□□□□」という形の数を「11□□□」の形と「12□□□」の形に分類できるからです。

このように考えていくと、「11□□□」のちょうど半分が「111□□」、「1111□」のちょうど半分が「1111□」とわかります。「1111□」の形の数は、「11111」と「11112」の2通りですから

「1111□」の形の数は4通り

「11□□□」の形の数は8通り

「1□□□□」の形の数は16通り

となり、5ケタの数は32通りあるとわかります。



イラスト・瑞穂 匠

グループに分けて考える

たし算の筆算で考える

それでは、この32個の数を全部たしてみよう。その筆算は、右の図のようになります(個数が多いので、途中は「……」と省略してあります。また、説明のために、一部分の数字を太字にしてあります)。

5ケタの数を32個もたすなんて大変ですから、工夫しながら計算しましょう。

筆算で最初にすることは、一の位の数字(太

字で書いた部分)の和を計算することですね。下の図では途中が省略してありますが、一の位の数字は、全部で32個あります。

そして、その32個の数字のうち1は16個、2は16個なのです。なぜなら、「□□□1」の形の数と「□□□2」の形の数は、同じ個数だけあるからです。先ほどと同じ考え方ですね。

このことに気づくと、一の位の数字の和は
 $1 \times 16 + 2 \times 16 = 48$

として計算できます。

よって、筆算の答えの一の位には8という数字が入り、そして十の位に4がくり上がります。

さて、一の位が終われば、次は十の位を考える番ですね。

これ以降も考え方は同じですから、ぜひ皆さんで計算してみてください。答えは533328です。

【Z会・宮坂聡】

11111	} 32個
11112	
11122	
11121	
11221	
11222	
.....	
.....	
21121	
21122	
21112	
21111	

! 今回の教訓
個数が等しい組に分類して考えました。



宮坂聡さん 2006年Z会入社。これまで5年間、大学受験用の数学の教材編集を担当。趣味は音楽と読書。今年6月に結婚予定。1982年、長野県諏訪市生まれ。