

分かる！快感！

Z会ナビ

▶算数 ▶理科 ▶歴史 ▶地理

お題

5枚のカードの並べ方を考える

(京都大学 2010年 数学)

1から5までの数が一つずつ書かれている5枚のカードがあります。この5枚のカードを横一列に並べるとき、左から1番目と2番目と3番目にあるカードに書かれた数の和と、左から3番目と4番目と5番目にあるカードに書かれた数の和が等しくなるような並べ方は何通りあるか求めなさい。

5枚のカードの並べ方が全部で何通りあるのかは、次の式で求められます。

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ (通り)}$$

120通りもの並べ方があるので、すべて調べるのは大変です。そこで、どのような並べ方であればよいかを考えていきましょう。つまり、1番目、2番目、3番目、4番目、5番目のカードに書かれた数をそれぞれA、B、C、D、Eとすると

$$A+B+C \text{ と } C+D+E \text{ が等しい}$$

という条件をみたす並べ方を考えるわけです。この条件に出てくるA+B+CとC+D+Eの両方にCが含まれていることに注目して、この条件を

$$A+B \text{ と } D+E \text{ が等しい}$$

と読み替えておくと、考えやすくなります。

和について調べる

C以外の数の和、A+B+D+Eを調べてみましょう。A+B+D+Eは、A+BとD+Eを足した数ですね。条件より、A+BとD+Eは等しいので



イラスト・瑞木匠

ということがわかります。

場合分けして考える

まず、Cが1の場合について考えましょう。Cが1のときは

C以外の数の和、A+B+D+Eは14ですね。そして、A+BとD+Eが等しいことから、A+BとD+Eはともに7となります。

さらにAが2であるとする
と、右の表の2通りの並べ方
があることがわかります。A

A	B	C	D	E
2	5	1	3	4
2	5	1	4	3

が3、4、5のときも同じように2通りずつあることがわかるので、Cが1の場合の並べ方は

$$2 \times 4 = 8 \text{ (通り)}$$

となります。

Cが3の場合も5の場合も、Cが1の場合と同じように考えることができ、8通りずつの並べ方があることがわかります。よって、答えは

$$8 \times 3 = 24 \text{ (通り)}$$

となります。

【Z会・上田倫也】

3番目に注目

C以外の数の和、A+B+D+Eは偶数ということがわかります。また、五つの数の和、A+B+C+D+Eは1から5までの数の和なので

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

となります。つまり

五つの数の和、A+B+C+D+Eは奇数です。C以外の数の和が偶数で、五つの数の和が奇数だから

Cは奇数、つまり、1または3または5

！今回の教訓

条件からCが1または3または5であることを導いてから、それぞれの場合の並べ方について考えました。



上田倫也さん 2011年Z会入社。
中学・高校生向けの数学の教材編集を担当。のんびり過ごすのが好き。1984年、大阪府堺市生まれ。博士(理学)。