

分 か る と 快 感 !

# Z会ナビ

▶算数 理科 歴史 地理

お題

## 分母と分子の小さい順に 分数を並べる

(センター試験 2016年 数学ⅡB)

「Z会ナビ」が

Webサイト

でも読めます!



Z会おとナビ新聞

検索

これまでの内容も掲載しています!

真分数(分子が分母より小さい分数)を、分母の小さい順に、分母が同じ場合には分子の小さい順に、並べます。

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \dots$$

- (1) 15番目の分数を答えなさい。
- (2) 104番目の分数を答えなさい。

104番目まで分数を並べるのは大変なので、分数の個数に注目してみます。

### 分母が同じ分数の個数を考える

並べた分数について、まずは分母だけに着目していきましょう。すると

分母が2の分数: 1個

分母が3の分数: 2個

分母が4の分数: 3個

という規則性が見えてきますね。ここから

分母が2以下の分数: 1個

分母が3以下の分数: 1+2=3(個)

分母が4以下の分数: 1+2+3=6(個)

となることがわかります。このことを表にまとめると次のようになります。

分母	2	3	4	5	6	...
個数	1	3	6	10	15	...

↑ +2    ↑ +3    ↑ +4    ↑ +5

表より、分母が6以下の分数は15個ありますね。つまり、15番目の分数は、分母が6の最後の分数なので、(1)の答えは $\frac{5}{6}$ です。



イラスト・瑞木匠

## 規則みつけて

### 個数を直接求める式をつくる

(2)の104番目の分数についても、分母が7以下の分数の個数、分母が8以下の分数の個数、...、と順番に調べていき、104に近い数を見つければわかります。

ここではもう工夫して、分母が $\Delta$ 以下の分数の個数を、順番に計算するのではなく、直接求める式をつくってみましょう。

左の表から、分母が $\Delta$ 以下の分数の個数は

$$1+2+\dots+(\Delta-2)+(\Delta-1)$$

と表せます。たし算の順番を逆にして

$$(\Delta-1)+(\Delta-2)+\dots+2+1$$

としても、計算の答えは変わりません。

ここで、この二つの式の和を考えます。筆算のようにかくと次のようになります。

$$\begin{array}{r}
 1 + 2 + \dots + (\Delta-1) \\
 +) (\Delta-1) + (\Delta-2) + \dots + 1 \\
 \hline
 \Delta + \Delta + \dots + \Delta \\
 \hline
 \Delta-1 \text{ 個}
 \end{array}$$

つまり、二つの式の和は、 $\Delta \times (\Delta-1)$ です。よって、分母が $\Delta$ 以下の分数の個数は、これを2で割った


$$\Delta \times (\Delta-1) \div 2$$

となるので、直接求める式をつくることができました。次は、 $\Delta$ にどのような数を当てはめれば計算した結果が104に近くなるかを考えればよく、 $\Delta$ に15を当てはめると

$$15 \times 14 \div 2 = 105$$

となります。よって、105番目の分数は、分母が15の最後の分数なので $\frac{14}{15}$ です。104番目の分数は、この一つ前の分数なので、(2)の答えは $\frac{13}{15}$ です。【Z会・上田倫也】

**! 今回の教訓**  
分数の並べ方から規則性を考えました。



上田倫也さん 2011年Z会入社。  
中学・高校生向けの数学の教材編集を担当。のんびり過ごすのが好き。1984年、大阪府堺市生まれ。博士(理学)。