

分 かり と 快 感 !

# Z会ナビ

算数

理科

社会

お 題

## 結ばれている点の個数が同じ点

(東京農工大 2017年)

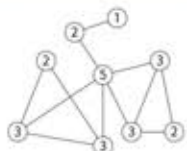


A君は、紙の上になんかの点をかき、それを線で結んでいます。



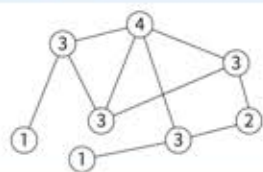
そしてA君は、それぞれの点について、他の点のうちいくつかの点と結ばれているかを数え、図の中に書きこみました。

たとえば、一番左の下にある点は、他の三つの点と結ばれているので、そこに「3」という数を書きこんでいます。



書きこむ数字は点ごとに異なりますが、中には同じ数が書かれる点もあります。たとえば上の図では、「2」という数が書かれた点が3個あります。また、「3」という数が書かれた点は4個あります。

さて、A君は、新しい紙をたくさん用意して、線結びの図をいろいろかきました。すると、点の個数を変えたり、線の結び方を変えたりしても、どこかには同じ数が書かれる点があるようだと気づきました。たとえば下の図の場合は、「1」や「3」という点が複数ありますね。



どんなに点の個数を変えたり、線の結び方を変えたりしても、どこかに同じ数が書かれる点があるのでしょうか？ ただし、紙全体に、点は2個以上かくものとします。



イラスト・瑞木 匠

## 点の数と線の結び方を変える

てしまうでしょう。

「うまく工夫すればできるが、難しくてまだ見つけられていない」のでしょうか？ いえ、実はこれは、どんなに工夫してもできません。

### どんな数が書かれるのか

さて、点に書きこまれる数というのはどのような数なのでしょうか。

たとえば、点が6個の場合で考えましょう。書きこむことのできる数のうち最も小さいのは「0」です。これは、他のどの点とも結ばれていない点のことです。また、最も大きい数は「5」です。自分以外の5個の点のすべてと結ばれている場合のことです。

そうすると、「すべて別々の数が書かれる」というのは、「0」から「5」までの6種類の数が1回ずつ書かれているということです。



上の図には、線がかいてありません。書きこまれている数と合うように、線にかくことができればよいのですが……。

### 矛 盾

ここで、「0」の点と「5」の点は結ばれているのでしょうか？

「0」の点は他のどの点とも結ばれない点なので、もちろんここを結ぶわけにはいきません。し

かし、一方で「5」というのは他のすべての点と結ぶということですから、「0」の点とも結ばなければ数が合いません。

これでは困ってしまいますね。つまり、「0」の点と「5」の点が両方存在するような図をかくことは、できないのです。このように両立しない、ありえない状況になってしまうことを、「何でも壊す武器(矛)と絶対に壊れない防具(盾)」にたとえて、「矛盾」と言います(そんな矛と盾は、両立できませんね)。

点が6個の場合の説明をしました。他の個数のときでも同じです。点に書かれるのがすべて別々の数ということは、「どことも結ばれない点」と、「どことも結ばれている点」があるということになります。そんなのは無理です。

どんなに意地悪でも、すべて別々の数が書かれるようにすることはできません。つまり、紙のどこかとどこかに、必ず同じ数が書かれた点があるということですね。(Z会・宮坂聡)

**！ 今回の教訓**

6個の点に6種類の別々の数を書くことに注目して、矛盾に気づきました。

宮坂聡さん 2006年Z会入社。大学受験用の数学の教材編集などを経て、現在はプログラミング教育を担当。長野県諏訪市生まれ。

皆さんもいろいろな図をかいてみましょう。逆に言えば、意地悪な気持ちで「うまく点の個数や線の結び方を工夫して、点に書かれる数がすべて別々の数になるようにできるか？」を考えたとき、そんなことができるかということです。きっと、どうしても同じ数の書かれる点ができ