

分かる快感!

Z会ナビ

算数

理科

社会

お題

限りない足し算と引き算の答え

(1928年 九州医専 数学)



1-1+1-1+1- ...
と限りなく足し算と引き算をし続けたら、答えは何になりますか。

もちろん、本当に限りなく足し算や引き算をし続けることはできません。人間はすぐに疲れてしまい、コンピューターだって、いつかは壊れてしまうでしょう。

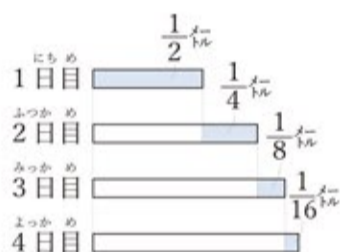
でも、ちょっとこの計算を見てください。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

$\frac{1}{2}$ から始めて、次々に「前に足した数の半分」を足していくという計算です。この答えが何になるか、少し考えてみましょう。

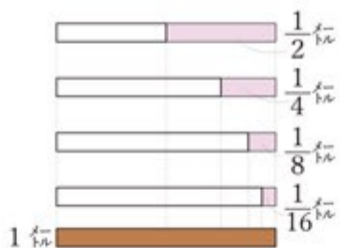
別の計算で想像する

毎日1回ずつテープを伸ばしていく様子を、想像してみてください。



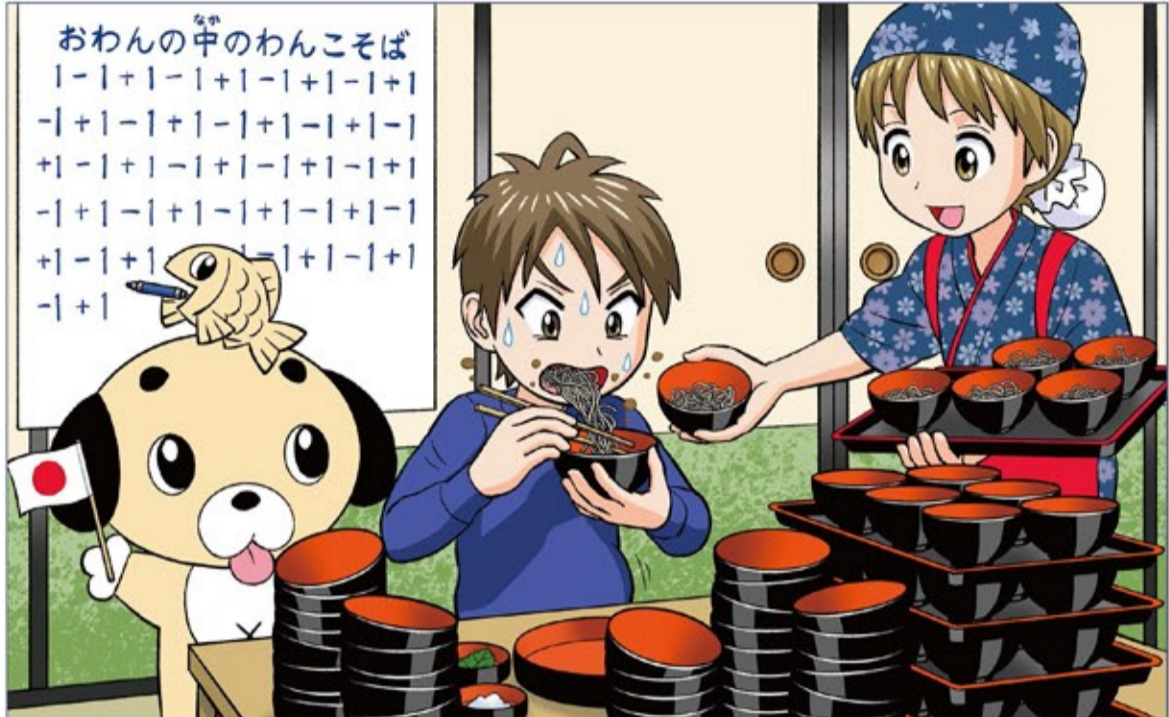
最初の日に $\frac{1}{2}$ 、次の日に $\frac{1}{4}$ 、その次は $\frac{1}{8}$ 、……と、1回に伸ばす量を半分に減らしながら、伸ばし続けていくということです。

比較のため、1のテープも用意しました。二つのテープの長さの差は、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、……と毎日、半分に減っていきますね。



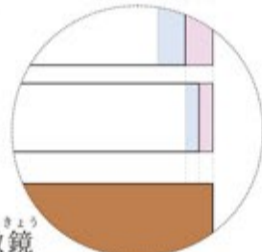
これを限りなく続けたら? 実際には、10回くらいには、もう目で見ても分からないほどの差になってしまうでしょう。

それでも、ごく精密なロボットなら、テープを伸ばし続けられるかもしれません。もう肉眼では1との違いはわかりませんが、たとえば0.001まで見ることのできる顕微鏡を使えば、ロボットが毎日テープを伸ばして1に近づけていく様子を見ることができるようでしょう。それでも、1との差は半分、半分、そのまた半分と日に日に小さくなって、いつかは顕微鏡でもわからな



テープの長さに置き換えて

なくなってしまう。



このように、どんなに細かく見ることが出来る人にとっても、いつかはテープの長さは1と区別がつかなくなります。その意味で、先程の限りない足し算の答えは、1だといえます。

繰り返すとどうなる?

「限りない計算の答えが□になる」とは、「どんなに細かく見ることのできる人でも、いつかは□と区別できなくなる」ということです。

先程の計算の場合は、1日に伸ばす長さは、毎日どんどん短くなりました。そのため、見ている人にとっては、テープの長さはいつかは1と区別できなくなっていったのでした。

一方、こちらの限りない足し算と引き算の場合にはどうでしょうか。

$$1-1+1-1+1- \dots$$

テープで言えば、1を伸ばす日と、1を取り去る日が交互にあります。そのため、1日に増減するテープの長さは、いつまでたっても1のまま変わりません。これでは、よほど粗い見方をする人でなければ、「いつか違いがわからなくなる」ということはありませんね。

つまり、この計算には答えがないのです。

学びも時代が変わる

今回紹介したのは、今から90年以上も前の問題です。「求めなさい」と言っておきながら答えがないというのは、今ではおよそ考えられません。でも、時代が変われば、常識というのは変わるものです。

90年前というと、皆さんのおじいさん・おばあさんやひいおじいさん・ひいおばあさんの中にも、ちょうど学生だった人がいるかもしれません。高校・大学といった学校の種類や役割も、そこで学ぶ内容も今とは違っていました。あなたの教科書を手に取って、「へえ、今はこんなことを習っているのね」などと言われたことのある人もいるでしょう。

今から90年後は21世紀です。その頃の子供たちは、どんな教科書を使って、どんな勉強をしているのでしょうか。(Z会・宮坂聡)

！ 今回の教訓

時代が変われば、学ぶことも変わります。21世紀の教科書には、あなたの名前も載っているかもしれませんね。

宮坂聡さん 2006年Z会入社。大学受験用の数学の教材編集などを経て、現在はプログラミング教育を担当。長野県諏訪市生まれ。