

分 かり と 快 感 !

Z会ナビ

算数

理科

社会

お題

さいころピラミッドの

表面に見える数

(甲南大学 2018年 数学)



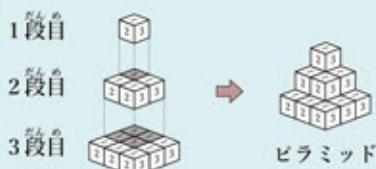
同じ大きさのさいころをたくさん用意して、図のように向きをそろえて置きます。なお、1の面の裏側には6、2の面の裏側には5、3の面の裏側には4とかかれています。



このさいころを使って、「さいころピラミッド」を作ります。ただし、ここでさいころピラミッドとよんでいるのは、

- 1段目は1個のさいころ、
- 2段目は4個(2×2)のさいころ、
- 3段目は9個(3×3)のさいころ、
-

で正方形の形の段をつくり、図のようにすみをそろえて積み上げたものことです。これは、3段のさいころピラミッドです。



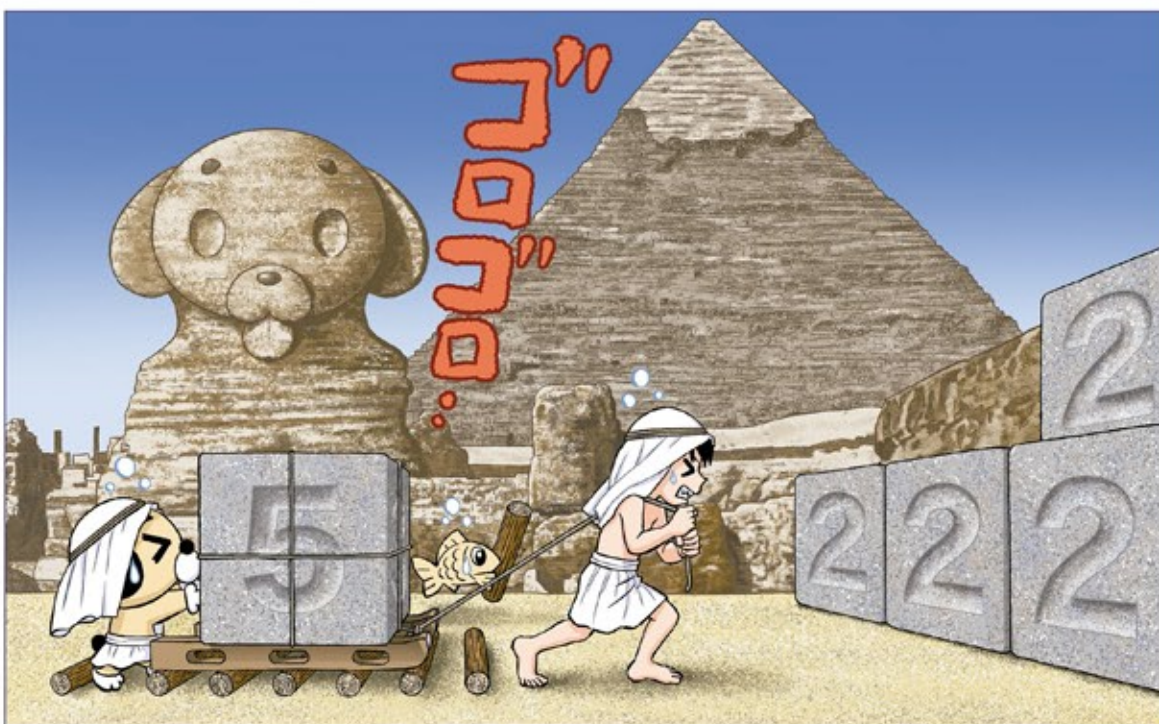
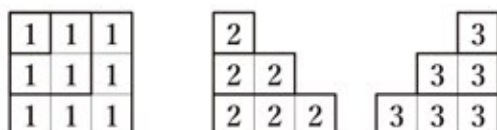
さいころの面のうち、他のさいころと接している面は、見えません。図でピラミッドの下側になっている面も含めて、見える面のすべてを「表面」とするとき、10段のさいころピラミッドの「表面」の数の合計はいくつでしょうか？

10段は多いので、初めは、説明の図にあった3段のピラミッドで考えてみましょう。

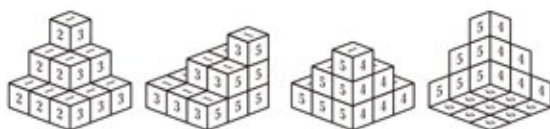
3段のピラミッド

表面に見える1、2、3、4、5、6の面が何個あるか、それぞれ数えてみましょう。

1とかかれた面は、9個見えていますね。2、3とかかれた面は、それぞれ6個見えています。これは、ピラミッドを真上や真横から見たときに見える面ということもできます。



また、ピラミッドを下側から見れば、2、3の反対側には5、4とかかれた面がそれぞれ6個、6とかかれた面も9個見えるはずですよ。

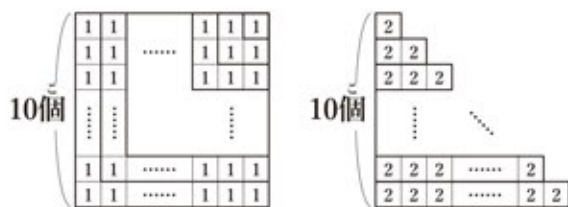


よって、3段のピラミッドでは1と6がそれぞれ9個、2~5がそれぞれ6個見えるので、
 $(1+6) \times 9 + (2+3+4+5) \times 6$
を計算して、見えている数の合計は147です。

面ごとに数える

では、10段のピラミッドではどうでしょうか。3段のときと同じように考えましょう。

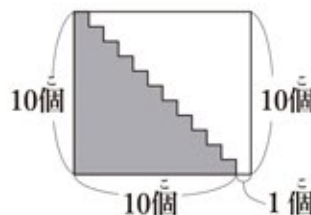
真上から見ると、ピラミッドは10×10の正方形に見えます。つまり、1の面が100個見えるということです。また、真下から見れば、6の面が100個見えますね。



真横から見るとどうでしょうか。2の面が見えるとき、個数は

$1+2+3+\dots+10$
という式になりますね。これは、右上の図のように
 $(10 \times 11) \div 2$
と考えると簡単に計算できます(55です)。

3、4、5の面についても同じですから、結局10段のピラミッドの表面に見える数の合計は



$(1+6) \times 100 + (2+3+4+5) \times 55$
という式になりました。これを計算すると、答えは1470とわかります。

公式をつくる

実は、甲南大学の問題は、3段や10段と決まった段数ではなく、どんな段数でも使える公式を作りなさいというのが問題でした。でも、ここまでの考え方をあてはめれば、何段の場合でも同じように考えることができますね。

詳細は省略しますが、x段のピラミッドでは
 $7 \times x \times (x+2) + 1$
というのが答えになります。(Z会・宮坂聡)



中学や高校の数学では、答えを求めるのではなく、公式を作る問題もよくあります。



宮坂聡さん 2006年にZ会入社。理数系の教材編集に携わり、現在は中学生・高校生向けの数学やプログラミングを担当。長野県諏訪市生まれ。