

分かる快感!  
かい  
**Z会ナビ**  
算数 理科 社会

お題  
おお せいほうけい ちい せいほうけい  
**大きな正方形と小さな正方形**  
しんしゅうだいがく 2017ねん  
(信州大学 2017年)

スクラッチを使った  
プログラミング通信講座、  
Z会にて開講中!  
Z会 スクラッチ 検索

図のように、大きな正方形と小さな正方形が、円にぴったりおさまっています。

大きな正方形の一つの辺の長さは、2cmです。小さな正方形の一つの辺の長さは、何cmでしょうか?

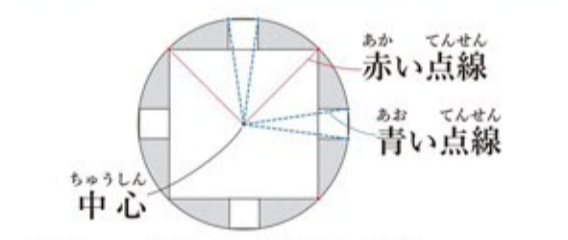


イラスト・瑞木匠

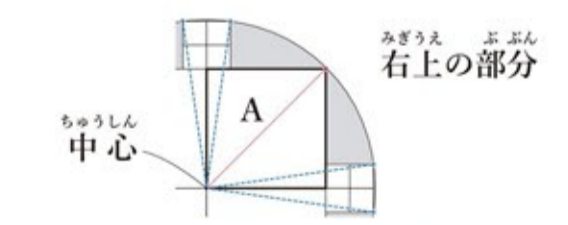
「ぴったりおさまっている」というところを手がかりにして、長さを求めるのですね。円という図形は、半径の長さがきまっているという特徴ですから、半径に注目しましょう。

半径を図にかきこむ

図に、円の中心をかきこみましょう。下の図の赤い点線と青い点線は、どちらも半径ですから、同じ長さですね。これが、「ぴったりおさまっている」ということの意味なのです。



上下にも左右にも線対称な図形ですから、ここからは、右上の部分だけを拡大した図で考えましょう。



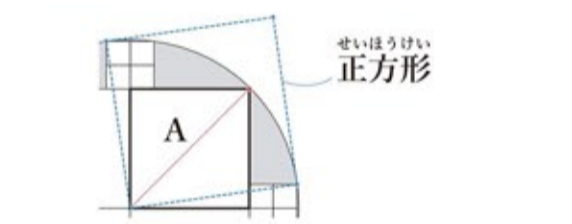
この正方形Aは、もとの大きな正方形を四つに切った、面積1平方cmの正方形です。また、最も小さな正方形は、それぞれもとの小さな正方形を四つに切ったうちのひとつと同じものです。

そして、先ほど見たように、青い点線の長さは、太い線の正方形Aの対角線の長さと同じです。

面積の等しい図形

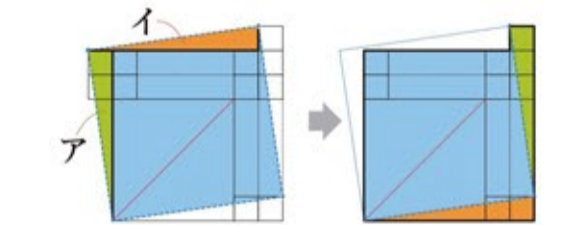
ところで、正方形の面積は、(対角線の長さ)×(対角線の長さ)÷2 という式で表せます。よって、青い点線の一つ

の辺とする正方形をかけば、その面積は正方形Aの面積の2倍で、2平方cmになるはずですが、



さあ、この青い点線の正方形の面積が2平方cmというのが、次の手がかりです。

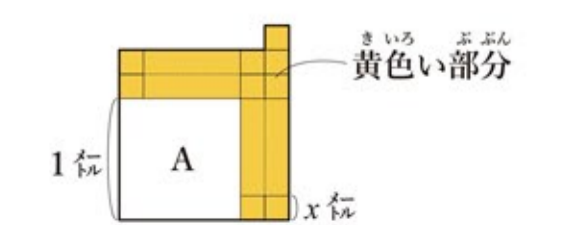
斜めの辺があると考えるのが、アとイの部分移動しましょう。すると、図のように正方形から一部が飛び出した形の図形になります。



この図形の面積も、もちろん2平方cmです。

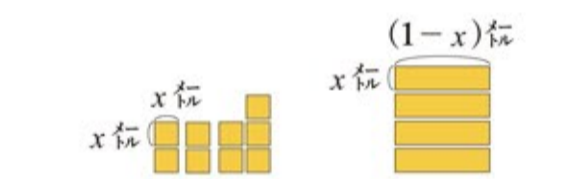
うまく並べ替えると

つまり、図の黄色い部分の面積が、正方形Aの面積と同じ、1平方cmなのですね。

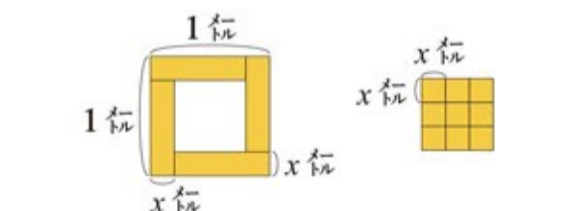


最も小さな正方形の一つの辺の長さをxcmとして、もう少し詳しく考えましょう。黄色い部分を分解すると、一つの辺の長さがxcmの正方形が9個と、横が(1-x)cmで縦がx

cmの長方形が4個できます。



組み合わせると面積が1平方cmになるのですが、こうやって並べてみると…?



外側の大きさが1cmのわくと、一つの辺の長さが(x×3)cmの正方形ができます。なるほど、正方形が、このわくの中にちょうどはまる大きさならよいわけですね。つまり、最も小さい正方形の一つの辺の長さは1/5cm。答えは、2/5cmということになります。

(Z会・宮坂聡)

今回の教訓  
円の半径から、面積の等しい図形に注目して、正方形や長方形ができるように並べ替えました。

宮坂聡さん 2006年にZ会入社。理数系の教材編集に携わり、現在は中学生・高校生向けの数学やプログラミングを担当。長野県諏訪市生まれ。