

分かる快感！

Z会ナビ

算数

理科

社会

お題

おかしはぴったりつめられる？

（神戸大学 2019年 数学）



おかしが入った袋がたくさんあります。袋は1列に並んでいて、一つの袋に入っているおかしの数、手前から順に1個、3個、4個、1個、3個、4個……とくり返しています。

次に、いろいろな大きさの、底面が正方形の空き箱を用意します。袋を手前からいくつか開けて、中のおかしを箱に、縦横同じ数ずつつめます。

1辺に1個入る箱ならば、手前から1袋開ければぴったり入ります。



1辺に2個入る箱ならば、手前から2袋開ければぴったり入ります。



1辺に3個入る箱ならば、手前から4袋開ければぴったり入ります。



箱の大きさがもっと大きいときも、同じようにぴったりになるでしょうか。

袋を手前から1袋、2袋……と開けていったときのおかしの個数の合計は、

(☆) 1個、4個、8個、9個、12個……のようになります。ですから、箱に5個だけ入れる、などはできません。

1辺に入る個数が偶数なら……

(☆) をもう少し先まで見てみましょう。

1、4、8、9、12、16、17、20、……

4の倍数が、順々に登場することがわかりますね。1個入りと3個入りの袋をセットにして考えれば、「4個ずつのおかしのかたまり」とみることができますから、この結果には納得でしょう。

1、3、4、1、3、4、1、3、4、……

つまり、箱に入るおかしの数、4の倍数のときはぴったりつめられるということです。では、4の倍数になるのはどのようなときでしょうか？



イラスト・瑞木匠

1辺に入る個数が奇数の箱に入るおかしの数、奇数なので、1辺に入る個数が偶数の箱について調べてみると、

- 1辺に2個入る箱：2×2=4（個）
- 1辺に4個入る箱：4×4=16（個）
- 1辺に6個入る箱：6×6=36（個）
- ……

となり、どれも4の倍数になっています。

たとえば、1辺に6個入る場合は、このように分けて考えるとわかりやすいですね。



これで、1辺に入る個数が偶数の箱に、ぴったりつめられることが説明できました。

1辺の個数が奇数の場合の特徴は？

(☆) のうち4の倍数でないものには、どのような特徴があるのでしょうか。

1、4、8、9、12、16、17、20、……

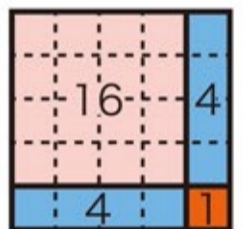
この先も、8の倍数より1個多い数が順々に登場しています。1個入り、3個入り、4個入りの袋のセットが8個ずつのおかしのかたまりとなり、その次に必ず1個入りの袋を開けるからです。

1、3、4、1、3、4、1、3、4、1、……

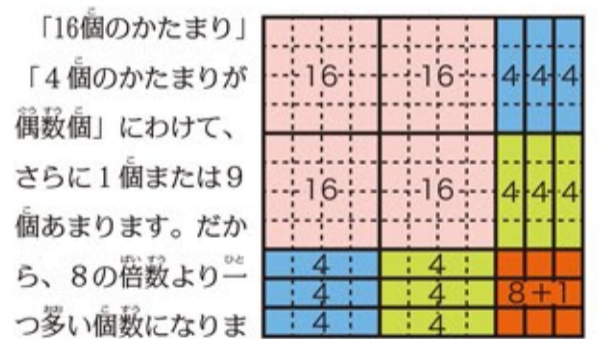
つまり、1辺に入る個数が奇数のとき、入るおかしの数、8の倍数より1多くなるのがわかればよいのです。

奇数には、4でわると1あまるものと3あまる

ものがあることに注目してみましょう。1辺に入る個数が偶数のときと同じように図を使って考えると、4でわると1あまるときは、このようになります（図は1辺に5個入る場合）。



また、4でわると3あまるときは次のようになります（図は1辺に11個入る場合）。



これで、1辺に入る個数が奇数の箱にもぴったりつめられることが説明できました。

(Z会・柳田雅史)

！
今回の
きょうくん
教訓

箱に入る個数をうまく分けて、「ぴったり」を作れないか考えました。

柳田雅史さん 2004年Z会入社。小学生～高校生向け講座の設計を担当。妻もZ会社員で、このコーナーの内容を家で一緒に考えることも。1979年東京生まれ。