

分 かる と 快 感 !

Z会ナビ

算数

理科

社会

お題

条件にぎりぎりあてはまるのは?

(2018年 成城大学 数学)



Aさんたちは、イベントに参加する大人と子どもを募集しようとしています。ただし、その募集人数は、

- ①大人が子どもより多い
 - ②大人的人数は、子ども的人数の2倍以下
 - ③全員の参加費は合計3万円以上
- という三つの条件すべてにあてはまる人数にしようと思っています。なお、大人の参加費は700円、子どもの参加費は500円です。

大人と子どもを合わせた人数をなるべく少なくすませるには、Aさんたちは何人募集することにすればよいのでしょうか?



大人的人数と子ども的人数がありますが、問題では「合わせた人数」をなるべく少なくしようと言っています。そこで、大人と子どもそれぞれではなく、まずは合計の人数に注目することにしましょう。つまり、初めに合計の人数を決めて、そのあとで大人と子どもの内訳を考えることにします。

人数が多いとき、少ないとき

大人と子どもを合わせた人数を、唐突に「100人」と決めてしまったとしましょう。このとき、①~③のすべてにあてはまるように人数の内訳を決めることはできるでしょうか?

合計が100人なら、それは簡単ですね。たとえば、100人の内訳を大人60人、子ども40人とすれば、①と②にあてはまり、しかも参加費は

$$700 \times 60 + 500 \times 40 = 6 \text{ 万 } 2000 \text{ (円)}$$

ですから、③の条件も余裕でクリアしています。

それでは、合計を「20人」と決めてしまったときはどうでしょうか? 実はこのときは、内訳をどう決めてもだめです。なぜなら、仮に20人全員が大人だとすると、参加費は

$$700 \times 20 = 1 \text{ 万 } 4000 \text{ (円)}$$

ですから、3万円に足りません。実際には②の条件のために子どもも募集するので、なおさら足りなくなりますね。つまり、合計を20人と決めるときは、そのあとで内訳をどう決めても、①~③にあてはまるようにはできないのです。

微妙な人数では

100人なら大丈夫だが、20人ではだめ。それでは、

その間の人数をとって「50人」ならどうでしょうか。

これはちょっと難しいです。仮に50人全員が大人だとすれば、参加費は

$$700 \times 50 = 3 \text{ 万 } 5000 \text{ (円)}$$

となって足りませんが、逆に仮に全員子どもとすると

$$500 \times 50 = 2 \text{ 万 } 5000 \text{ (円)}$$

となってしまって足りません。微妙なところなので、「仮に全員が大人」などではなく、実際に何人を大人、何人を子どもにするのか考えましょう。

条件の①と②は、合計の人数をもとにすれば

「大人的人数は、全体の半分より多い」

「大人的人数は、全体の3分の2以下」

と表すことができますね。よって、全体が50人のとき、大人的人数は26人以上33人以下です。

ところで、今は参加費が3万円に届くかどうかを気にしているのですから、参加費は多いほうがよいわけです。そこで、内訳を決めるときには、なるべく大人を多くすることにしましょう。すると、大人33人、子ども17人となり参加費は

$$700 \times 33 + 500 \times 17 = 3 \text{ 万 } 1600 \text{ (円)}$$

です。これは、③にあてはまっていますね。

範囲をしぼる

ここまで調べたことから、大人と子どもの合計を「100人」や「50人」にすると、①~③にあてはまるように内訳を決めることは可能です。でも、大人と子どもの合計を「20人」にしてしまったときは、無理です。可能を○、無理を×とすると、こうなります。

人数	16	17	18	19	20	21	22	23
					×			
	47	48	49	50	51	52	98	99
				○				○

この表を全部埋めたとき、○がついた数のうち、一番小さいのが答えですね。全部埋める? ... ちょっと待って。「50人」がOKなのですから、「51人」や「52人」は、調べなくてもOKとわかります。人数が増えるほど、参加費は増えるのですから。一方、「20人」では無理とわかったので、それより少ない「19人」や「18人」ではもちろん無理です。

「一つ○がつけば、その右側はすべて○。一つ×がつけば、その左側はすべて×」なので、よって、この表は、21、22、……と端から順に埋めていくのではなく、いきなり20と50の間際の35から調べましょう。

実は、35は×です。そこで次は、35と50の間際の43を調べましょう。そのようにしていくと、答えは48人とわかります。(Z会・宮坂聡)



「その人数は、○か×か?」を考え、○と×の境目がどこにあるか探していきました。



宮坂聡さん 2006年にZ会入社。理数系の教材編集に携わり、現在は中学生・高校生向けの数学やプログラミングを担当。長野県諏訪市生まれ。