

分かる快感!

Z会ナビ

算数 理科 社会

お題

2020でわり切れる?

ひつじのぼん (一橋大学 2020年 数学)



(1) 一番上のけたが1で、ほかのけたの数がすべて0の、11けたの数があります。

1000000000

これを2020でわったあまりはいくつですか。

(2) 一番上のけたと、もう1か所が1で、ほかのけたが0である、100けたの数を考えます。このような数のうち、2020でわり切れるものはいくつありますか。

筆算で求める

(1) はわり算の筆算をしてみましょう。このようになりますね。あまりは100です。

さて、途中から立てる数が繰り返されていることに気づいたでしょうか。このことが、(2)を解くときのポイントになります。

$$\begin{array}{r}
 4950495 \\
 2020 \overline{)10000000000} \\
 \underline{808} \\
 1920 \\
 \underline{1818} \\
 1020 \\
 \underline{1010} \\
 1000 \\
 \underline{808} \\
 1920 \\
 \underline{1818} \\
 1020 \\
 \underline{1010} \\
 100
 \end{array}$$



イラスト・瑞木匠

2020×5=10100ですから、たとえば、上から3けた目が1で

101000000...

と続く100けたの数は、2020でわり切れますね。筆算は、100000...÷2020の計算で1回目には4を立てていたところが5になって、次のようになります。

$$\begin{array}{r}
 5000000000 \dots\dots 00 \\
 2020 \overline{)101000000000 \dots\dots 000} \\
 \underline{1010} \\
 0
 \end{array}$$

商を立てたところをクローズアップしてみましょう。

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 2020 \overline{)1000} \\
 \underline{808} \\
 192
 \end{array}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{array}{r}
 5 \\
 2020 \overline{)1010} \\
 \underline{1010} \\
 0
 \end{array}$$

「1000÷202」が「1010÷202」になったことで、わり切れるようになったとわかります。

この「1000÷202」の計算に見覚えはありませんか。そうです、「100000...」を2020でわったときに、この計算が規則的に何度も出てくるのでした。

この点線で囲った部分が「1010」になるように、1にするけたを決めれば、2020でわり切れる数になるということです。

たとえば、2回目の「1000」が出てくるところに着目して、上から7けた目が1だった場合を考えると、筆算は次のようになります。

$$\begin{array}{r}
 4950500000 \dots\dots 00 \\
 2020 \overline{)100001000000 \dots\dots 000} \\
 \underline{808} \\
 1920 \\
 \underline{1818} \\
 1020 \\
 \underline{1010} \\
 1010 \\
 \underline{1010} \\
 0
 \end{array}$$

この数はわり切れますね。

同じように「1000」が出てくるところについて規則的に考えていけば、上から3けた目が1のとき、7けた目が1のとき、11けた目が1のとき、...、95けた目が1のとき、99けた目が1のときがわり切れるとわかります。答えは25通りです。

(Z会・柳田雅史)

繰り返しに注目!

(2)で考える数の一番上以外のけたは、どこかが1ですが、まずは全部が0のとき、つまり、「100000...」について考えてみましょう。

2020でわる筆算を途中まですると、(1)より次のようになります。立てる数は4、9、5、0、4、9、5、0、...と「4、9、5、0」を繰り返します。

$$\begin{array}{r}
 49504950 \\
 2020 \overline{)100000000000 \dots\dots 000} \\
 \underline{808} \\
 1920 \\
 \underline{1818} \\
 1020 \\
 \underline{1010} \\
 1000 \\
 \underline{808} \\
 1920 \\
 \underline{1818} \\
 1020 \\
 \underline{1010} \\
 1000 \\
 \vdots
 \end{array}$$

この100けたの数に含まれる99個の0のうち一つを1にして、わり切れるようにする方法が何通りか考えるのが(2)の問題です。

もしも(2)が、「あてはまる数を一つ見つけましょう」という問題だとしたらどうでしょうか。

今回の教訓

上のように解答したうえで、それ以外のけたの数を1にしてもわり切れないことも確認するとさらによりですね。上から2けた目、4けた目、5けた目、6けた目が1のときを確認すれば、全部の場合について確かめられますよ。



柳田雅史さん 2004年Z会入社。小学生～高校生向け講座の設計を担当。妻もZ会社員で、このコーナーの内容を家で一緒に考えることも。1979年東京生まれ。