分かると快感！

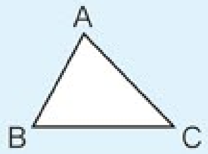
Ｚ会ナビ

▶算数　理科　社会

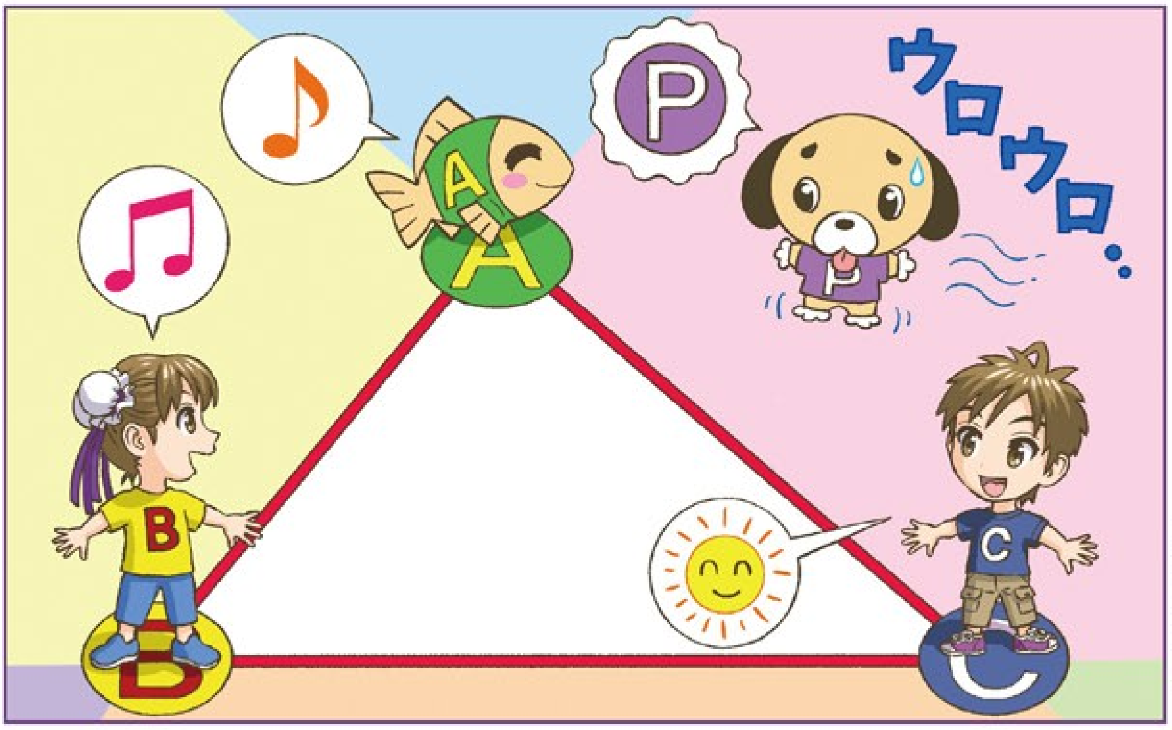
お題　面積が２倍になるのは？

（東京大学　2020年　数学）

図のような三角形ＡＢＣがあります。



三角形ＡＢＣの外側に点Ｐをとります。三角形ＡＢＰ、三角形ＢＣＰ、三角形ＣＡＰの面積を合計したら、三角形ＡＢＣの面積の２倍になりました。点Ｐはどこにとったでしょうか？　可能性がある場所を図の中に示しましょう。



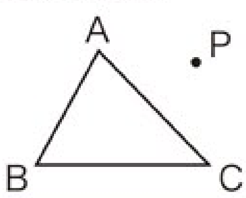
イラスト・瑞木匠

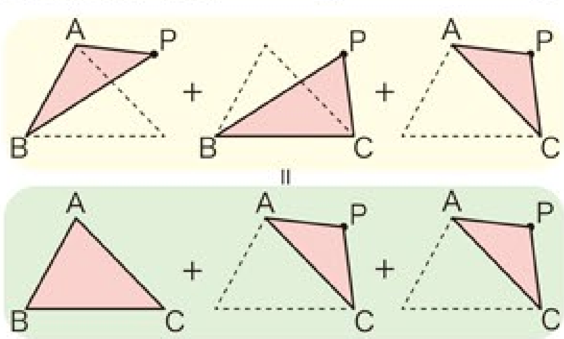
問題を考えるにあたって、三角形の面積を「△」を使って表すことにします。たとえば三角形ＡＢＣの面積は「△ＡＢＣ」と書きます。この書き方を使って問題に挑戦してみましょう。

辺ＡＣの近くにとってみる

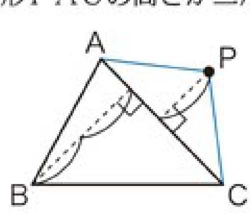
このあたりに点Ｐをとってみましょう。

△ＰＡＢ＋△ＰＢＣ＋△ＰＣＡは、△ＡＢＣに△ＰＡＣの２倍を合わせたものになります。



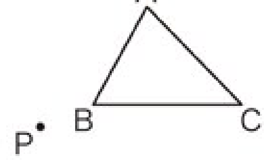


これが△ＡＢＣの２倍なので、△ＰＡＣは△ＡＢＣの半分です。三角形ＰＡＣと三角形ＡＢＣで、ＡＣを底辺とみれば、三角形ＰＡＣの高さが三角形ＡＢＣの高さの半分になるときだとわかります。

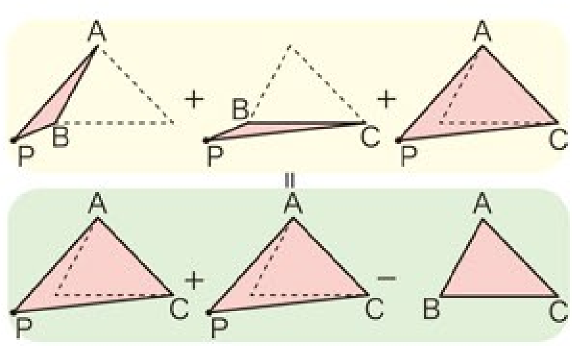


点Ｂの近くにとってみる

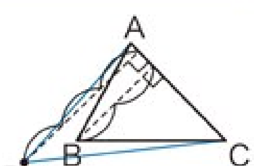
このあたりに点Ｐをとることもできそうです。



△ＰＡＢ＋△ＰＢＣ＋△ＰＣＡは、△ＰＡＣの２倍から△ＡＢＣをひいたものになります。

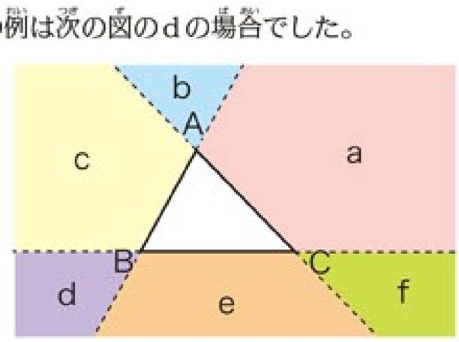


これが△ＡＢＣの２倍なので、△ＰＣＡは△ＡＢＣの1.5倍です。三角形ＰＣＡと三角形ＡＢＣで、ＣＡを底辺とみれば、三角形ＰＣＡの高さが三角形ＡＢＣの高さの1.5倍になるときだとわかります。

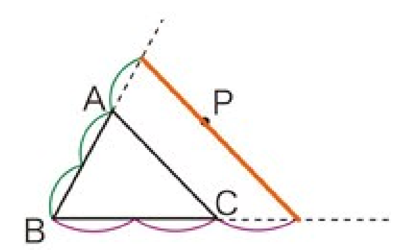


大まかな位置で場合分け

この二つの場合を通して、大まかにどのあたりにあるかで考え方が変わることに気づいたでしょうか。実は、三角形の辺ＡＢ、ＢＣ、ＣＡを延長した線を基準に、六つの場合に分けることができます。一つ目の例は次の図のａの場合、二つ目の例は次の図のｄの場合でした。

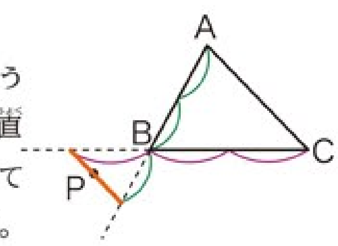


ａの場合を考えてみましょう。一つ目の例のようにして点を一つ見つけてしまえば、「底辺と高さが等しい三角形の面積は等しい」という性質から、点Ｐは次の直線上のどこにあってもいい

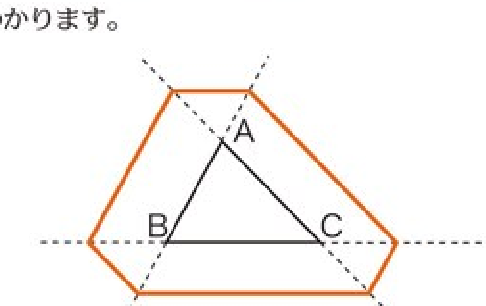


とわかります。

ｄの場合も同じようにして、点Ｐは右の直線上のどこにあってもいいとわかります。



ｂ、ｃ、ｅ、ｆの場合も同じように考えると、点Ｐは次の色をつけた線のどこにあってもいいとわかります。



（Ｚ会・柳田雅史）

！今回の教訓　辺を延長した線を境にして六つの部分に分けると、そのうちのどこに点Ｐをとるかで求め方が変わります。

柳田雅史さん　2004年Ｚ会入社。小学生～高校生向け講座の設計を担当。妻もＺ会社員で、このコーナーの内容を家で一緒に考えることも。1979年東京生まれ。