

分 かり と 快 感 !

Z会ナビ

算数

理科

社会

お題

「碁石は全部でいくつ？」

(東京大学 1992年 数学)



碁石を次のようなルールで並べてみました。

①黒の石一つからスタート

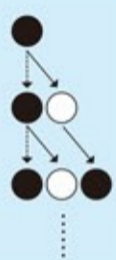
②碁石を左から順に見て下に石を並べていきます。

このとき、すぐ上の並べ方を見て・黒の石はそのままにして、白い石を右どなりにつけ加える

・上の白い石を見て、白い石は、黒い石に置きかえるという操作をします。ただし、つけ加えたばかりの白い石は取りかえしません。

③②をくり返します。

①～③の操作をくり返すと、碁石は右図のように増えていきます。



さて、②を10回くり返したあと、碁石は何個になっているでしょうか。

数えていけば簡単?

ルールがわかっているのだから、②を10回くり返してから、碁石を数えてもよさそうですね。ですが、碁石の数が増えてくると、数えまちがいをしてしまいそうです。そこで、碁石の増え方に注目してみましょう。

碁石の増え方

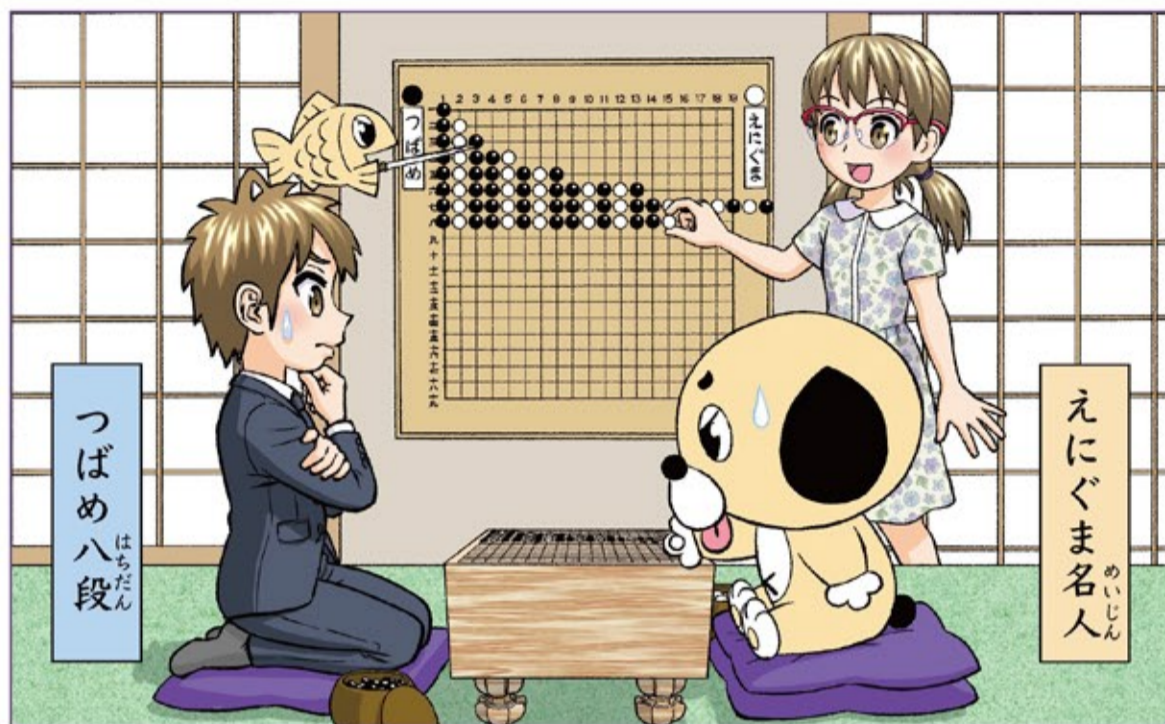
②のルールを見ると、碁石の数が増えるのは、黒い石のときだけです。そこで、ちょっと遠回りに思えるかもしれませんが、黒い石の数と白い石の数をそれぞれ別々に考えます。碁石は黒い石と白い石しかありませんから、

$$\begin{aligned} \text{(碁石の数)} &= \text{(黒い石の数)} \\ &+ \text{(白い石の数)} \end{aligned}$$

ですね。そして、②のルールから、黒い石の数だけ白い石が増えますし、白い石は全て黒い石になります。黒い石と白い石の数は、次のような式で表すことができます。

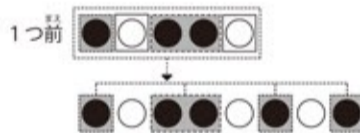
$$\text{(黒い石の数)} = \text{(一つ前の黒い石の数)} + \text{(一つ前の白い石の数)}$$

$$\text{(白い石の数)} = \text{(一つ前の黒い石の数)}$$

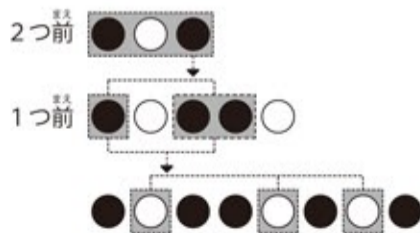


黒い石の数と白い石の数をたしたら……

ところで、黒い石の数を式で書いたときに気がついたでしょうか。黒い石の数と白い石の数をたすと碁石の数になるので、一つ前の黒い石の数と一つ前の白い石の数をたしたら、一つ前の碁石の数になります。つまり、今の黒い石の数は、その一つ前の碁石の数と同じになります。



このことから、一つ前の黒い石の数は、さらに、その一つ前の碁石の数と同じです。つまり、二つ前の碁石の数と同じだとわかります。一つ前の黒い石の数は今の白い石の数とも同じですから、今の白い石の数は二つ前の碁石の数と同じです。



まとめてみると

数えたかったのは碁石の数です。ちょっと遠回りして黒い石の数と白い石の数を考えましたが、黒い石の数も白い石の数も、それよりも前の碁石の数と同じだとわかりました。まとめてみましょう。

$$\begin{aligned} \text{(碁石の数)} &= \text{(黒い石の数)} \\ &+ \text{(白い石の数)} \end{aligned}$$

$$\text{(黒い石の数)} = \text{(一つ前の碁石の数)}$$

$$\text{(白い石の数)} = \text{(二つ前の碁石の数)}$$

ですので、

$$\begin{aligned} \text{(碁石の数)} &= \text{(一つ前の碁石の数)} \\ &+ \text{(二つ前の碁石の数)} \end{aligned}$$

だとわかります。碁石を並べながらこのルールに気づいた人もいるかもしれません。それでは、このルールで碁石の数を計算してみましょう。②を行った回数と碁石の数は次のようになります。

- 1回：2個
- 2回：3個
- 3回：2+3=5(個)
- 4回：3+5=8(個)
- 5回：5+8=13(個)
- 6回：8+13=21(個)
- 7回：13+21=34(個)
- 8回：21+34=55(個)
- 9回：34+55=89(個)
- 10回：55+89=144(個)

よって、10回くり返した後には144個になっている、が正解です。碁石を並べていたら、ちょっと数えるのは大変でしたよね。

今回の教訓

ちょっと遠回りしたほうが、かくされたルールが見つかりやすいかも…!



鶴見 健了さん 中学・高校の数学教員を経て、2016年にZ会に入社。現在は小学生向けのプログラミング講座を担当。静岡県浜松市生まれ。