

分かる快感!
Z会ナビ
算数 理科 社会

お題
壁にタイルを貼る
(明治大学 2019年 数学)

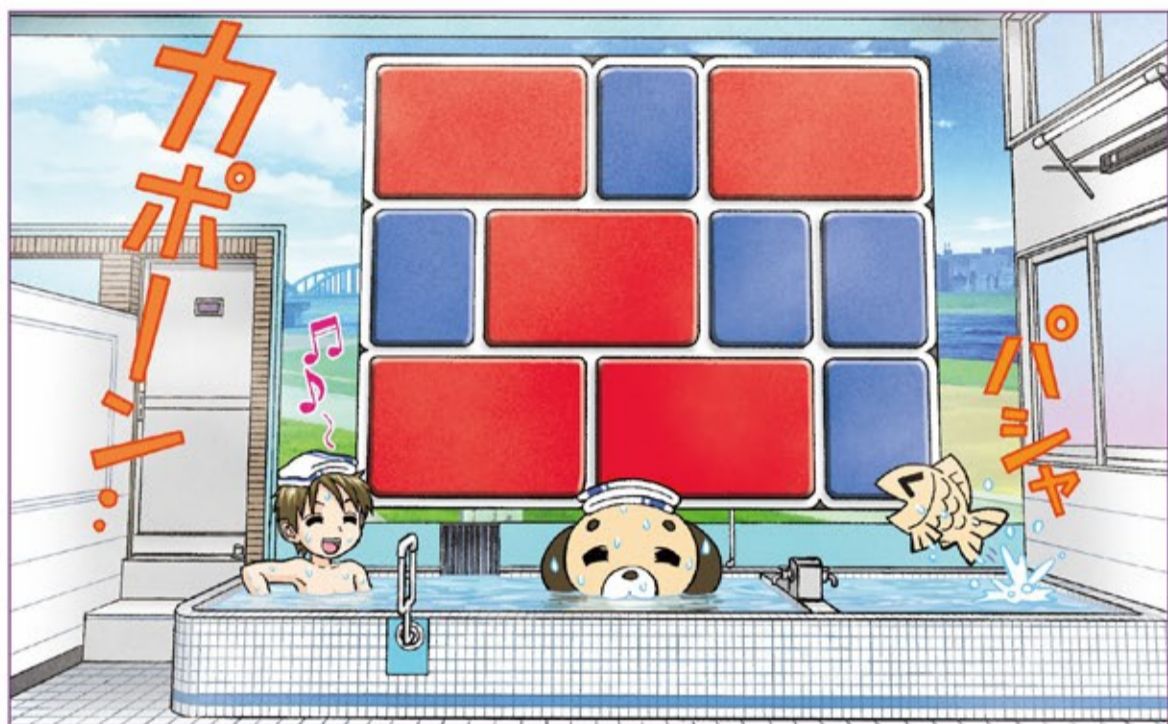
スクラッチを使った
プログラミング通信講座
Z会にて開講中!
Z会 スクラッチ 検索

図のように、15個の長方形のマスに分かれた壁があります。この壁に赤と青のタイルを貼って、模様を作ろうと思っています。

赤のタイルは、横2マス分の大きいタイルです。青のタイルは、1マス分の小さいタイルです。

同じ色のタイルは6枚までしか使えないとすると、作れる模様は何種類あるのでしょうか?

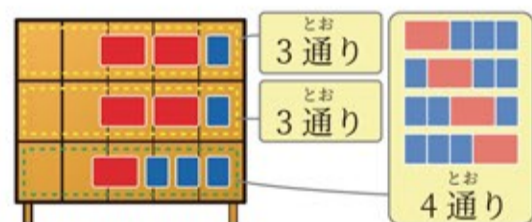
ただし、タイルはマスにピッタリ合わせて貼るものとし、タイルが壁からはみ出したり、逆にタイルがなく壁が見えるところがあったりしてはいけません。タイルを重ねることもできません。



イラスト・瑞木匠

たら、全部で18マス分になります。
しかし壁は15マスですから、実際には3マス分のタイルが余ることになります。
3マス分のタイルというのは、「赤いタイル1枚と青いタイル1枚」か、「青いタイル3枚」ですね。
つまり、壁に貼るタイルは「赤5枚、青5枚」か「赤6枚、青3枚」ということになります。

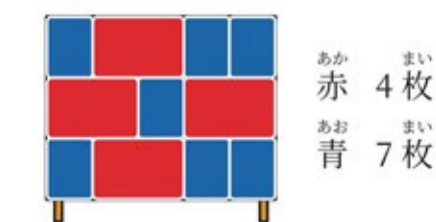
赤いタイルが5枚のときは、赤いタイルを2枚使う段と、1枚だけ使う段があります。
たとえば、上段と中段で2枚、下段で1枚の場合を考えましょう。



1枚だけ使う段の貼り方は4通りありますから、全体では
 $3 \times 3 \times 4 = 36$ (通り)
の模様が作れます。
「上段と下段で2枚、中段で1枚」「中段と下段で2枚、上段で1枚」の場合も同じですから、結局
 $27 + 36 + 36 + 36 = 135$ (種類)
というのが答えです。

(Z会・宮坂聡)

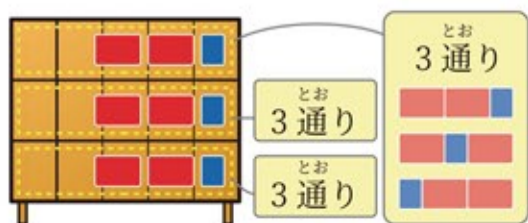
タイルは何枚使う?
様子をつかむため、実際に模様を作ってみましょう。
しかし、気にせずにタイルを貼っていると、いつのまにか枚数オーバーになってしまいがちです。この図の場合は、青いタイルが多すぎるので、だめですね。



赤のタイルを何枚、青のタイルを何枚使えば、どちらの色も枚数オーバーにならずにすむのでしょうか?
もし、赤いタイルと青いタイルを6枚ずつ使っ

段ごとに考える
赤いタイルを6枚使うということは、上段、中段、下段のそれぞれで2枚ずつ使うことです(一つの段に3枚使うと、横にはみ出してしまうからです)。

このときは、一つの段の貼り方が3通りありますから、三つの段では
 $3 \times 3 \times 3 = 27$ (種類)
の模様が作れることになります。



今回の教訓
段をまたいでタイルを貼ることはないので、段ごとに分けて考えました。

宮坂聡さん 2006年にZ会入社。理数系やプログラミングの教材編集に携わり、現在は中学生・高校生向けの数学を担当。長野県諏訪市生まれ。