

分 かり と 快 感 !

# Z会ナビ

算数

理科

社会

お題

## 1、2、3、4、5を使ってできる 数の平均



数字の1、2、3、4、5を1回ずつ使ってできる5けたの数を考えます。たとえば、13452や54123などのことです。

このような数は120通りありますが、その平均はいくつでしょうか？

120個もの数をたすのは大変ですから、うまく工夫をしたいところです。ただし、いきなり工夫を思いつくのは難しいかもしれませんね。

難しいときは、最初に少し簡単な問題を考えましょう。5けたの数ではなく、「数字の1、2、3を1回ずつ使ってできる3けたの数」ならどうでしょうか。

### ◇3けたの場合は

「数字の1、2、3を1回ずつ使ってできる3けたの数」は

123、132、213、231、312、321  
の6通りがあります。6通りなら、計算をすることもできますね。

筆算をしてみましょう。

$$\begin{array}{r}
 123 \\
 132 \\
 213 \\
 231 \\
 312 \\
 321 \\
 \hline
 \end{array}$$

六つの合計は1332なので、平均は222です。

ここで、勤のよい人ならピンときたかもしれませんね。「数字の1、2、3を1回ずつ使ってできる3けたの数」の平均が、222だったということは……？

そう、「数字の1、2、3、4、5を1回ずつ使ってできる5けたの数」の平均は、33333になりそうですね。

なぜなら、222というのは、1、2、3の平均である2を並べた数。そこから類推すると、1、2、3、4、5の平均である3を並べた数になるのでは？という推測です。

では、この推測が本当なのか確かめていきましょう。



イラスト・瑞木匠

### 筆算をよく見て

3けたの場合におこなった筆算を振り返ってみましょう。たし算の筆算ですから、まず一の位の計算をしましたね。そのとき、1、2、3が同数ずつあったことに気づくでしょうか。

それはなぜかといえば、数字を並べてつくれる数のうちで、たとえば「1は一の位に使うことが多い」とか「2を一の位に使うことは少ない」というようなことはなく、どの数字も平等に同じだけ使われているはずだからです。

そのため、一の位の数字の平均は、1、2、3の平均である2になります。十の位も同じで、2です。百の位も、2です。それで、3けたの数の平均は、222になるわけです。

### 平等だから

このことは、5けたの場合でも同じです。「4が多い」とか「5は少ない」というようなことはなく、どの数字も平等に同じだけ使いますね。よって、一の位の数字の平均は、1、2、3、4、5の平均で、3です。十の位、百の位、…についてもこれは同じですから、答えは33333になるというわけです。

### 何通りあるか

最後に、「数字の1、2、3、4、5を1回ずつ使ってできる5けたの数は120通りある」というところを確認しておきましょう。

5けたの数が□個あるとします。さて、一の

位の数字は、1、2、3、4、5が平等に使われているのでしたね。よって、一の位の数字が5である数、つまり「????5」の形の数は、ちょうど□÷5個あります。

さらに進めましょう。「????5」の形の数では、十の位の数字は1、2、3、4のどれかです。これらの数字も、もちろん平等に使われているはずですよ。そのため、一の位の数字が5である数のうちで、十の位の数字が4である数の割合は4分の1です。つまり、「???45」の形の数は、□÷5÷4個あります。

そのように考えていくと、「???345」の形の数は□÷5÷4÷3個、「?2345」の形の数は□÷5÷4÷3÷2個あるとわかります。

そして、「?2345」の形の数は、1通りしかありませんね。つまり

$$\square \div 5 \div 4 \div 3 \div 2 = 1$$

ということですから、5けたの数は全部で

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \text{ 個}$$

ということになるわけです。(Z会・宮坂聡)

### 今回の教訓

全体の中で、どれも同じ割合であることに注目しました。



宮坂聡さん 2006年にZ会入社。理数系やプログラミングの教材編集に携わり、現在は中学生・高校生向けの数学を担当。長野県諏訪市生まれ。