

ふかめる

分かる快感!

Z会ナビ

算数

理科

社会

お題

面の色を塗り替える

(2021年 慶応大学)

おうちで楽しく！
プログラミング通信講座、Z会にて開講中！

Z会 KOOV 検索

立方体の面に色を塗って、白い面や黒い面をつくるお話です。次の操作を何回か行い、面の色を塗り替えていきます。

操作：一つの面を選ぶ。選ばなかった五つの面は、白い面をすべて黒く、黒い面をすべて白く塗る。

たとえば、立方体の六つの面の色が
白 黒 黒 白 白 白
であるときに、黒い面の一つを選んで操作をすると、面の色は
黒 白 黒 黒 黒 黒
に変わります。

初め、立方体の面の色はすべて白です。これを次のようにするには、少なくとも何回の操作が必要でしょうか？

- (1) 白い面が3枚、黒い面が3枚
- (2) すべての面が黒い



そこで、もう一つ工夫をしましょう。白と黒ではなく、表裏にAとBという記号が書かれたカードを使います。そして、AとBは白と黒を意味するのですが、A・Bのどちらが白で、どちらが黒かの説明は別に書いておくことにします。記号の意味は「A：白、B：黒」か「A：黒、B：白」のいずれかです。この説明を書き換えれば、すべてのカードの白黒がいったん変わります！

なお、操作で選んだカードは、元の色に戻るように、先に裏返しておけばよいでしょう。つまり1枚のカードを選んで裏返す。そして、記号の意味の説明を書き換える。という操作を考えることになります。

問題の中にあつた例は、この方法で表すと
ABBAAB (意味「A：白、B：黒」)
から、3枚目のカードを選んで操作をしたため
ABAABA (意味「A：黒、B：白」)
になったことができます。

なお、このとき問題の目標は
(1) Aが3枚、Bが3枚
(2) Aが6枚で、意味が「A：黒、B：白」
または、
Bが6枚で、意味が「A：白、B：黒」
と表されることになります。

でも、「ABBAAB」や「BABBAAB」などいろいろなパターンがあります。

ここで、最後の工夫。実は、カードの並び方は考えず、AとBの枚数だけに注目すれば十分です。なぜなら、「となり合う」などカードの並び順に関係した条件が何も無いからです。

さて、操作をすると、Aの枚数は必ず1枚だけ増減しますね。また、記号の意味も白黒が反対になります。これは、下の図でいえば、斜めにとなり合ったマスに移動するということです。

	Aの枚数						
	0	1	2	3	4	5	6
記号の意味	A白、B黒			(1)			S
	A黒、B白						

スタート地点は右上のSのマスです。また、ゴールは(1)、(2)と書いたマスなので、答えは(1)3回、(2)6回となります。

(Z会・宮坂聡)

立方は考えにくいけれど……

まず、「立方体」という立体が出てくるのが難しい点の一つですね。見取り図では見えない面もあるので、考えるために六つの面の色を絵にかくだけでも大変です。

しかし、実はこの問題では、立方体を考える必要はありません。なぜなら、たとえば「となり合った面」のような、立体としての立方体の特徴について述べた箇所が一つもないからです。

つまり、立方体を考えなくても、六つの面さえあれば何でもよいのです。そこで、たとえば、「6枚のカード」(白と黒が表裏になっているカード)が机に並べてあるとして

1枚のカードを選ぶ。そして、選ばなかった5枚のカードをすべて裏返す。という操作をすることをしましょう。

5枚も裏返すのではなく……

でも、まだ難しいでしょう。一度の操作で5枚も裏返すので、たとえば具体的に「初めに左端のカードを選んで操作し、次に3番目のカードを選んで……」などと操作のようすを試してみても、途中からややこしくなってきます。

最後の工夫

これでだいぶ見通しがよくなりました。初めはAAAAAA(意味「A：白、B：黒」)だとして、ここから先ほどの操作を行い、(1)や(2)の状態を目指せばよいのですね。

しかし、たとえば「Aが3枚、Bが3枚」とい

！
今回の
教訓

注目しなくてよい点は無視して、問題を簡略化します。「記号の意味を変える」ことで、全体をいったん変えることができました。



宮坂聡さん 2006年にZ会入社。理数系やプログラミングの教材編集に携わり、現在は中学生・高校生向けの数学を担当。長野県諏訪市生まれ。