分かると快感！

Z会ナビ

▶算数　理科　社会

お題

数を選ぼう

（東京大学　2021年　数学）

おうちで楽しく！
プログラミング通信講座、
Z会にて開講中！
Z会　KOOV　検索

1から20までの数の中から、異なる10個の数を選びます。ただし、1は必ず選ぶことにします。
①10個の数がどれも連続しないようにする選び方は、何通りありますか。
②10個のうち９個以上の数が連続した数になるような選び方は、何通りありますか。

イラスト・瑞木匠

どのような選び方？

たとえば「1、3、5、7、9、11、13、15、18、20」のような選び方は、①の条件に合いますね。ですが、「1、3、5、7、9、11、13、15、19、20」のように選ぶと、19と20が連続しているので、このような選び方は①では数えません。すると、選び方は

1、3、5、7、9、11、13、15、17、19
…
20

のように書き上げていけば求められます。

また、②については

1、2、3、4、5、6、7、8、9、15
1、11、12、13、14、15、16、17、18、19

などが考えられます。こちらも、全部書き上げれば求められますが、なかなか大変そうですね。

図を使って考える

そこで今回は、図を使って考える方法に挑戦してみましょう。

選んだ数を○、選ばなかった数を●で表すことにします。たとえば、「1、3、5、7、9、11、13、15、17、20」を選んだときは、

○●○●○●○●○●○●○●○●○●○●●○

となり、「1、11、12、13、14、15、16、17、18、19」を選んだときは、

○●●●●●●●●●○○○○○○○○○●

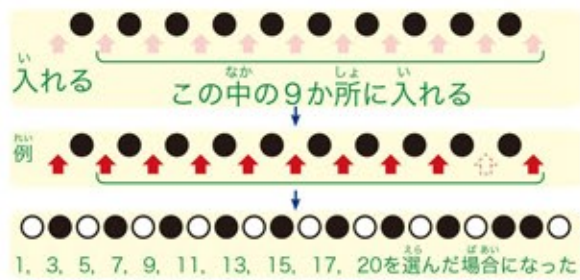
となります。

ここまでだと、数字を使うか記号を使うかの違いしかないように見えますが、○と●を使った書き方のよさはここから先で発揮されます。

まずは①です。「10個の数がどれも連続しない」は、「○が連続しない」という並べ方に読み替えられますね。ですから、まずは●を10個とも並べてしまいましょう。

さらに○を、図の矢印の場所に入れましょう。○が連続しないように並べるので、1か所の矢印に２個以上の○を入れなければよいことになります。

「1は必ず選ぶ」という条件がありますから、一番左の矢印には必ず○を入れます。さらに、残りの10個の矢印のうち９個を選んで○を入れればよいわけです。



言い換えると、10か所の矢印の中から○を入れない場所を1か所選ぶわけですから、選び方は10通りです。①の選び方は10通りとわかりました。

いくつ連続するかで場合分け

続いて②です。ここでも●は先に10個とも並べてしまいます。

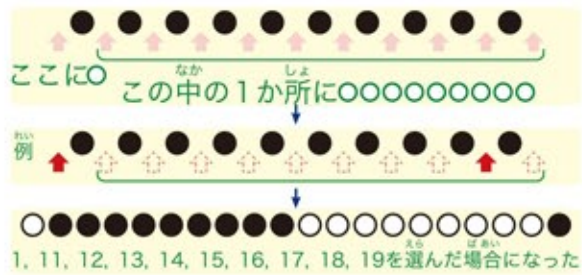
「９個以上の数が連続した数」は「９個以上の○が連続して並んでいる」という並べ方に読み替えられます。並んでいる○が10個のときと９個のときで、分けて考えます。

■10個の○が連続して並ぶとき

11個の矢印のうち1か所に、「○○○○○○○○○○」を入れますが、「1は必ず選ぶ」という条件がありますから、一番左の矢印に入れるしかありません。並べ方は1通りです。

■９個の○だけが連続して並ぶとき

11個の矢印のうち1か所に「○○○○○○○○○○」、別の1か所に「○」を入れます。一番左の矢印に「○○○○○○○○○○」を入れて、残りの10個の矢印のうち1か所に「○」を入れる方法が10通り、一番左の矢印に「○」を入れて、残りの10個の矢印のうち1か所に「○○○○○○○○○○」を入れる方法が10通りあるから、合わせて20通りの並べ方があります。



二つの場合をたし合わせた、1＋20＝21（通り）が、②の答えになります。　（Z会・柳田雅史）

今回の教訓

数の選び方を、○と●の２種類の記号の並べ方に読み替えたことで、地道な数え上げを計算に置き換えられました。

柳田雅史さん　2004年Z会入社。小学生～高校生向け講座の設計を担当。妻もZ会社員で、このコーナーの内容を家で一緒に考えることも。1979年東京生まれ。