

ふかめる

分かると快感!

Z会ナビ

▶ 算数

理科

社会

お題

あまりが一番大きいのはどれ?

(2021年度 防衛医科大学校)



Z会にて開講中!
おうちで楽しく!
プログラミング通信講座

「2を○回かけ算した数を30で割ったあまり」を《○》と表すことにします。

例えば、《5》であれば、 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ で、 $32 \div 30 = 1$ あまり2なので、

$$\langle\!\langle 5 \rangle\!\rangle = 2$$

です。

《345》《1920》《2021》のうち、一番大きな数になるのはどれでしょう。

大きな数でも計算できる?

問題文にも出てきた《5》や、《6》《7》であれば計算はできそうです。ところが、計算しなければならないのは《345》《1920》《2021》です。2を345回もかけ算することなんて、できるのでしょうか。

なやんでいても仕方ありません。まずは小さな数を計算してみましょう。

「2を1回かけ算」は $1 \times 2 = 2$ とします。2回だと $2 \times 2 = 4$ です。3回だと $2 \times 2 \times 2 = 8$ で、4回だと16、5回だと32、6回だと64となります。よって、

$$2 \div 30 = 0 \text{あまり } 2 \Rightarrow \langle\!\langle 1 \rangle\!\rangle = 2$$

$$4 \div 30 = 0 \text{あまり } 4 \Rightarrow \langle\!\langle 2 \rangle\!\rangle = 4$$

$$8 \div 30 = 0 \text{あまり } 8 \Rightarrow \langle\!\langle 3 \rangle\!\rangle = 8$$

$$16 \div 30 = 0 \text{あまり } 16 \Rightarrow \langle\!\langle 4 \rangle\!\rangle = 16$$

$$32 \div 30 = 1 \text{あまり } 2 \Rightarrow \langle\!\langle 5 \rangle\!\rangle = 2$$

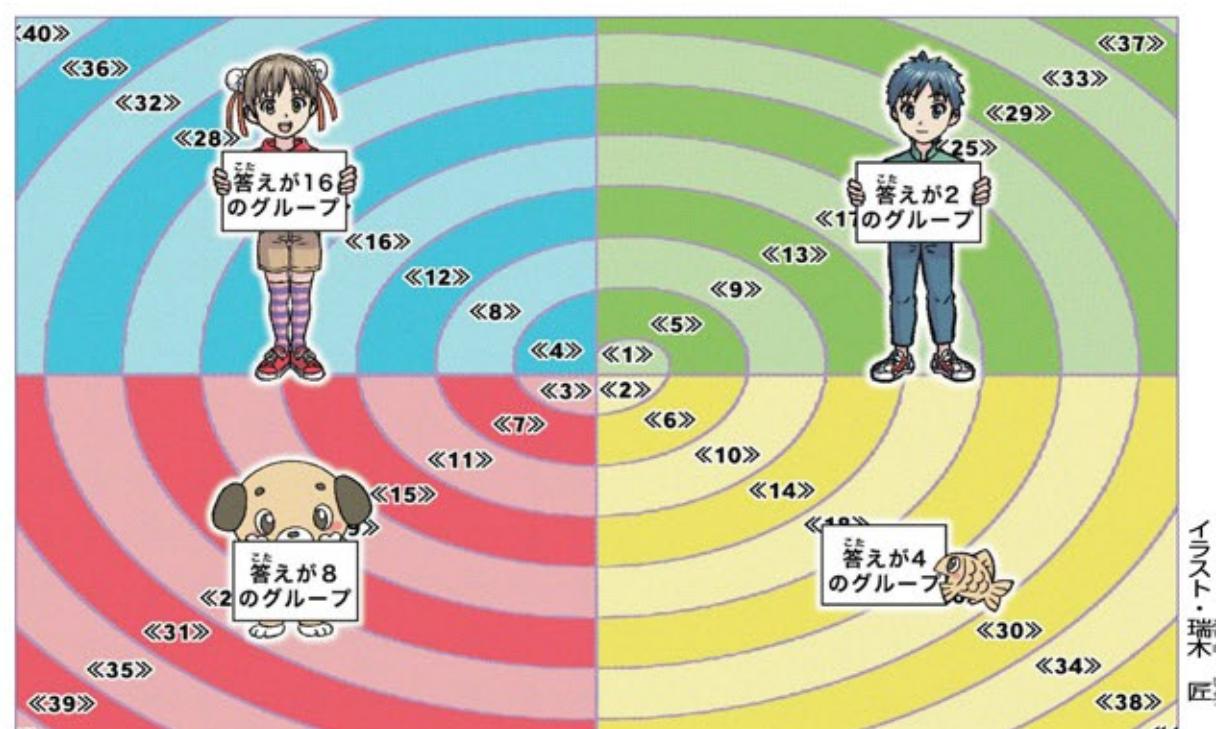
$$64 \div 30 = 2 \text{あまり } 4 \Rightarrow \langle\!\langle 6 \rangle\!\rangle = 4$$

です。《1》=2、《2》=4、《3》=8、《4》=16のあと、《5》=2、《6》=4と続けています。もしかして、《7》=8、《8》=16となるのでしょうか。

2を7回かけ算すると128で、 $128 \div 30 = 4$ あまり8です。確かに《7》=8です。2を8回かけ算すると256で、 $256 \div 30 = 8$ あまり16です。確かに《8》=16です。この調子でいけば、《○》の計算結果は、2、4、8、16をくり返すことになりそうな予感がします。

結果はくり返す?

本当にくり返すのか、確かめてみましょう。次のことがいえるのはわかるでしょうか。
 $A \div 30 = B$ あまり C のとき、
 $A \times 2 \div 30 = B \times 2$ あまり C $\times 2$ である



図で考えてみましょう。128を30のかたまりにすると、30のかたまりは四つできます。残りは8です。

$$\begin{array}{c} 1 \ 2 \ 3 \ \dots \ 127 \ 128 \\ \rightarrow \boxed{\begin{array}{cc} 1 \ 2 \ \dots \ 30 & 1 \ 2 \ \dots \ 30 \\ 1 \ 2 \ \dots \ 30 & 1 \ 2 \ \dots \ 30 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} 1 \ 2 \ 3 \ 4 \\ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \end{array}} \end{array}$$

それでは、128×2の場合はどうでしょうか。上の図と同じものがもう1つ下にあるのですから、30のかたまりは8個になり、残りも16になります。

$$\begin{array}{c} 1 \ 2 \ 3 \ \dots \ 127 \ 128 \\ \rightarrow \boxed{\begin{array}{cc} 1 \ 2 \ \dots \ 30 & 1 \ 2 \ \dots \ 30 \\ 1 \ 2 \ \dots \ 30 & 1 \ 2 \ \dots \ 30 \\ 1 \ 2 \ \dots \ 30 & 1 \ 2 \ \dots \ 30 \\ 1 \ 2 \ \dots \ 30 & 1 \ 2 \ \dots \ 30 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} 1 \ 2 \ 3 \ 4 \\ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \\ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \\ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \end{array}} \end{array}$$

つまり、「割られる数を2倍すると、商もあまりも2倍になる」ことがわかりました。

ところで、あまりが16のときには注意してください。2倍すると32になりますが、ここからもう一つ30のかたまりを作ることができます。そのため、商は2倍した数+1になります。あまりは2となります。

《○》で考えたいのはあまりだけです。○は2をかけ算する回数ですから、○の数が1増えると、割られる数もあまりも2倍になります。よって、あまりだけに注目すると、まずは2、4、8、16と続きます。次は32ですが、30のかたまりを作れるため、2にもどります。そこから○の数を増やせば、また2、4、8、16と続き、そのあとは2にもどります。このように、あまりは2、

4、8、16をくり返すことがわかりました。

まとめましょう。《1》=2なので、○が1、5、9、13……と「○を4で割って1あまるとき」に《○》=2となります。同じように考えると、「○を4で割って2あまるとき」が《○》=4、3あまるときが《○》=8で、割り切れるときは《○》=16です。

計算してみよう

それでは、《345》《1920》《2021》を計算してみましょう。

$$345 \div 4 = 86 \text{あまり } 1 \Rightarrow \langle\!\langle 345 \rangle\!\rangle = 2$$

$$1920 \div 4 = 480$$

$$\Rightarrow \langle\!\langle 1920 \rangle\!\rangle = 16$$

$$2021 \div 4 = 505 \text{あまり } 1 \Rightarrow \langle\!\langle 2021 \rangle\!\rangle = 2$$

とわかります。よって答えは《1920》でした。○が一番小さい《345》と、一番大きい《2021》が同じ数になるのは、ちょっと意外な感じがしますね。

(Z会・鶴見健了)

! こんかい
今回の
きょうくん
教訓

きくなることがあるので、注意!

- 規則性を見つけよう。
- 割られる数を2倍すると、商とあまりも2倍になる。ただし、あまりが割る数よりも大きくなることがあるので、注意!



鶴見 健了さん 中学・高校の数学教員を経て、2016年にZ会に入社。現在は小学生向けのプログラミング講座を担当。静岡県浜松市生まれ。