

ふかめる

分かると快感!

Z会ナビ

▶ 算数

理科

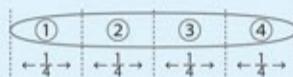
社会

お題

とうがらし入りの
もちはどれだ!?

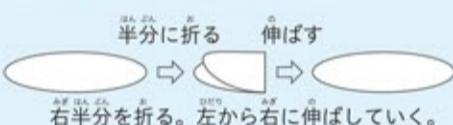
Z会にて開講中!
おうちで楽しく!
プログラミング通信講座、

もちつきをしていたかずゆきさんは、いたずらで、とうがらしのつぶをもちに混ぜてしまいました。もちつきが終わったあと、とうがらしのつぶは①~④のどこにあるでしょうか。



なお、今回は特別なもちつき器を使ったため、次のことがいえるものとします。

「もちをつく」ときには、もちを半分に折りたたんで、もとの長さになるまで伸ばします。折りたたむ方向、伸ばす方向は、いつも同じです。また、とうがらしのつぶは、伸ばす方向だけに動きます。



かんたんな例で考えてみよう

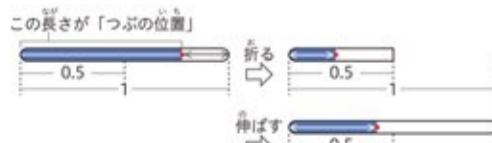
もちに混ぜられたとうがらしのつぶは、どのように動くのでしょうか。つぶが一番左はしにあるときは簡単です。つぶは動きません。何度も折って伸ばしても、つぶは左はしにあります。

しかし、ほかの場所だと考えるのが大変そうです。そんなときには、モデル化して考えましょう。

モデル化しよう

今回やりたいことを次のように考えます。

- ・もちを横から見た図を考える。
- ・もちの長さを1とする。
- ・もちを伸ばすときは、どの場所も同じ割合で右に伸びていくものとする。
- ・つぶの位置を、一番左のはからの距離とする。



そうすると、もちを伸ばすのは「左はからの距離を2倍にする」ことになります。また、もちを半分に折りたたむのは、「0.5の位置で折り返す」ことになります。折り返したあとは、もともと1だった場所が0になります。つまり、折り返



イラスト・瑞木匠

したあとのつぶの位置は、右はしからもともとつぶがあった位置までの距離と等しくなります。

ここで考えたことをもとに、やりたいこと(折って伸ばす)を式にしましょう。

もちを半分に折りたたむとき、半分より左側にあるつぶは動きません。一方、それより右側にある場合は折り返されます。そのあと、もちを伸ばして、左はからの距離を2倍にします。つまり、折って伸ばしたあとのつぶの位置は次の式で求められます。

$$(つぶの位置) < 0.5 \text{ のとき}$$

$$(つぶの位置) \times 2$$

$$(つぶの位置) \geq 0.5 \text{ のとき}$$

$$(1 - つぶの位置) \times 2$$

このように、問題を簡単に数字や式で表すことを「モデル化」といいます。

ほんの小さなちがいが……！

つぶの位置として、0と1の間の数字を考えます。例えば、0.1として「折って伸ばす」ことをしていくと、つぶは次のように動きます。

$$0.1 \rightarrow 0.2 \rightarrow 0.4 \rightarrow 0.8 \rightarrow (1 - 0.8) \times 2 = 0.4$$

0.4を2倍すれば0.8です。このあと、つぶは0.4と0.8の位置を行ったり来たりします。

少し右側に動かしましょう。0.12を考えます。このとき、つぶは次のように動きます。

$$0.12 \rightarrow 0.24 \rightarrow 0.48 \rightarrow 0.96 \rightarrow 0.08 \rightarrow 0.16 \rightarrow$$

$$0.32 \rightarrow 0.64 \rightarrow 0.72 \rightarrow 0.56 \rightarrow 0.88 \rightarrow 0.24 \rightarrow \dots$$

と続きます。先ほどと比べて、つぶはいろいろな場所に動きます。この場合も、同じ位置を行ったり来たりすることがわかります。

0.124ではどうでしょうか。0.124 → 0.248 → 0.496 → …と続きますが、今度は、なかなか同じ位置にもどってきません。計算してみると53回折って伸ばしたあとに0.496にもどってきます。それまでの間、つぶは、いろいろな場所を行ったり来たりします。

さらにもう少しだけ右にずらした0.1241の場合には、同じ位置にもどってくるのに、250回以上折って伸ばす必要があります。さらにさらに、もう少しだけ右にずらした0.12412の場合は、1000回折って伸ばしても、同じ場所にはもどってきません。いろいろな場所を好き放題に動いていると言ってもいいくらいです。

0.124も0.1241も、ほとんど同じ場所にしか見えません。それでもこれほどに動き方がちがうのです。問題を簡単にしても、やはりとうがらしのつぶがどこに行くかの予想は大変難しいのです。

(Z会・鶴見健了)

! こんかい
今回の
きょうくん
教訓

・モデル化することで、やりたいことを、計算して考えることができます。

・ほんの少しのちがいが大きなちがいになるようなモデルもあります。



鶴見 健了さん 中学・高校の数学教員を経て、2016年にZ会に入社。現在は小学生向けのプログラミング講座を担当。静岡県浜松市生まれ。