数と式２　３回目
添削問題

QMT4A2-T1A3-01

※ここからは『Z Study　解答用紙編』の数学「数と式２」３枚目にご記入ください。

3　a，b を定数，c を正の定数とする。4つの x の不等式

$-3<x<5$　……①

$a<x<9$　……②

$b-3 \leqq x \leqq b+3$　……③

$-c<x<c$　……④

について次の各問いに答えよ。（配点　50）

(1)　①と②の両方をみたす整数 x がちょうど3つ存在するような a の値の範囲を求めよ。（10点）

(2)　①と③の両方をみたす整数 x がちょうど3つ存在するような b の値の範囲を求めよ。（20点）

(3)　①と④の両方をみたす整数 x がちょうど3つ存在するような c の値の範囲を求めよ。（20点）

数と式2　3回目
添削問題 解答解説

QMT4A2-T1C3-01

3　a，b を定数，c を正の定数とする。4つの x の不等式

$-3<x<5$　……①

$a<x<9$　……②

$b-3 \leqq x \leqq b+3$　……③

$-c<x<c$　……④

について次の各問いに答えよ。（配点　50）

(1)　①と②の両方をみたす整数 x がちょうど3つ存在するような a の値の範囲を求めよ。（10点）

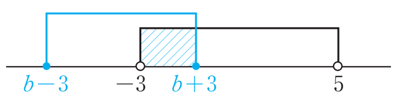
(2)　①と③の両方をみたす整数 x がちょうど3つ存在するような b の値の範囲を求めよ。（20点）

(3)　①と④の両方をみたす整数 x がちょうど3つ存在するような c の値の範囲を求めよ。（20点）

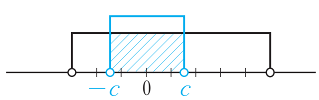
攻略点

(1)　数直線で a が左右に動く様子をイメージするとわかりやすい。ただし，答えの不等号に等号を含むかどうかに注意すること。

(2)　区間の端の $b-3$，$b+3$ がどの位置にあればよいかを数直線上で考える。まずは，区間 $b-3 \leqq x \leqq b+3$ が，b の値によって，幅6のまま左右に動くことを捉えるのが第一歩（b の値で区間の幅は変わらない）。詳しくは「**解説**」参照。



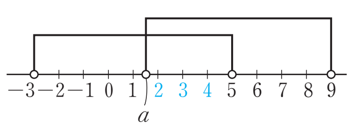
(3)　(2)と同様に，区間の端の $-c$ と c がどこにあればよいかを数直線上で考える。今回は，区間 $-c<x<c$ が，c の値によって，0を真ん中として幅が広がったり狭まったりすることを捉えるのが第一歩（0が中心となることは変わらない）。詳しくは「**解説**」参照。



解　答

(1)　下の数直線のように，2，3，4のちょうど3つが不等式の範囲に含まれればよいので

$1 \leqq a < 2$　（答）



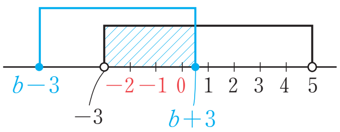
◀$a=2$ のときは，2が範囲に含まれないので2個となり不可。$a=1$ のときは3個なのでOK。

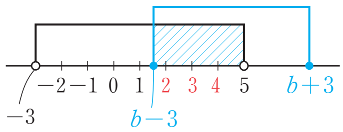
(2)　区間 $b-3 \leqq x \leqq b+3$ の幅は 6 なので

$$0 \leqq b+3 < 1 \text{ または } 1 < b-3 \leqq 2$$

◀「**解説**」参照。

となればよい。





よって

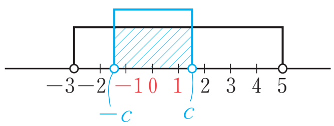
$-3 \leqq b < -2,\ 4 < b \leqq 5$　(答)

(3)　区間 $-c < x < c$ の真ん中は 0 なので，0，-1，1 の 3 つだけが含まれればよい。つまり

$$-2 \leqq -c < -1,\ 1 < c \leqq 2$$

◀片方だけでもよい。
「**解説**」参照。

となればよい。



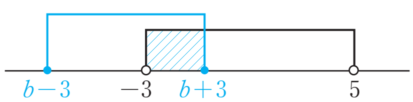
よって

$1 < c \leqq 2$　(答)

解　説

1 補足 **(2)の考え方**

(2)で扱う区間 $b-3 \leqq x \leqq b+3$ は b を真ん中として幅が 6 の区間である。

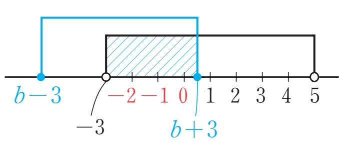


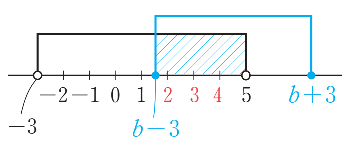
よって，ちょうど 3 つの整数を共通にもつのは

(ア)　-2，-1，0 の 3 つだけを共通にもつ場合（$b+3$ が 0 と 1 の間）

(イ)　2，3，4 の 3 つだけを共通にもつ場合（$b-3$ が 1 と 2 の間）

の 2 通りとなる。





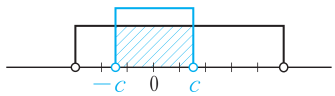
この際，注意しなければならないのは等号の場合で，たとえば(ア)で $b+3=0$ のときは OK だが，$b+3=1$ のときは 1 も共通にもつことになってしまうので NG である。すなわち

(ア)　→　$0 \leqq b+3 < 1$

となる。

2 補足 **(3)の考え方**

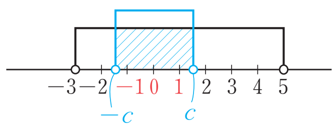
(3)で扱う区間 $-c<x<c$ は 0 を真ん中として幅が $2c$ の区間である。



よって，ちょうど 3 つの整数を共通にもつのは「-1，0，1 の 3 つだけを共通にもつ場合」しかない。つまり

$-c$ が -2 と -1 の間，c が 1 と 2 の間

となる。



したがって，等号に注意すると

$-2 \leqq -c < -1$，$1 < c \leqq 2$

となる。ただし，区間が 0 で左右対称となっていることを踏まえると，実は上記の不等式のどちらか 1 つでも十分である（どちらも同じになることが明らか）。