# 図形と方程式１　２回目
## 添削問題

QMT5L1-T1A2-01

※ここからは『Z Study　解答用紙編』の数学「図形と方程式１」２枚目にご記入ください。

**2**　$xy$ 平面上に，2つの直線

$$\ell : x-2y+1=0,\quad m : x+y-17=0$$

と点 A(2，9) がある。このとき，次の各問いに答えよ。(配点　50)

(1)　点 A を直線 $\ell$，$m$ に関してそれぞれ対称移動した点 B，C の座標を求めよ。(25 点)

(2)　直線 $m$ 上に点 D(0，17) をとる。点 P が直線 $\ell$ 上を動くとき，2つの線分の長さの和 AP＋PD の最小値と，そのときの点 P の座標をそれぞれ求めよ。(10 点)

(3)　2点 P，Q がそれぞれ直線 $\ell$，$m$ 上を動くとき，線分の長さの和 AP＋PQ＋QA の最小値と，そのときの点 P，Q の座標をそれぞれ求めよ。ただし，2点 P，Q が一致するとき，PQ の長さは 0 とする。(15 点)

# 図形と方程式1　2回目
## 添削問題 解答解説

QMT5L1-T1C2-01

**2**　$xy$ 平面上に，2つの直線

$$\ell : x-2y+1=0,\quad m : x+y-17=0$$

と点 A(2, 9) がある。このとき，次の各問いに答えよ。(配点　50)

(1)　点 A を直線 $\ell$，$m$ に関してそれぞれ対称移動した点 B，C の座標を求めよ。(25点)

(2)　直線 $m$ 上に点 D(0, 17) をとる。点 P が直線 $\ell$ 上を動くとき，2つの線分の長さの和 AP＋PD の最小値と，そのときの点 P の座標をそれぞれ求めよ。(10点)

(3)　2点 P，Q がそれぞれ直線 $\ell$，$m$ 上を動くとき，線分の長さの和 AP＋PQ＋QA の最小値と，そのときの点 P，Q の座標をそれぞれ求めよ。ただし，2点 P，Q が一致するとき，PQ の長さは 0 とする。(15点)

### 攻略点

(1)　求める点の座標を文字でおいてから考え始めよう。たとえば点 B については，線分 AB の垂直2等分線が直線 $\ell$ であるから，線分 AB の中点の位置と，直線 AB と $\ell$ の関係に着目するとよい。点 C についても同様である。

(2)　直接，AP＋PD の最小値を考えるのは難しいので，うまく工夫して処理しよう。点 P は直線 $\ell$ 上にあり，(1)の点 B は直線 $\ell$ に関する点 A の対称点であるから

$$\mathrm{AP}=\mathrm{BP}$$

が成り立つ。そこで，BP＋PD の最小値を求めればよいわけだ。あとは，図を利用して考察すると…。

(3)　本問も，(2)と同様に対称点の性質に着目して処理するとよい。(1)の点 B，C を用いると AP＋PQ＋QA はどのように書き換えることができるだろうか？

### 解答

(1)　点 B の座標を $(X_1,\ Y_1)$ とおくと，線分 AB の中点 $\left(\dfrac{X_1+2}{2},\ \dfrac{Y_1+9}{2}\right)$ は直線 $\ell$ 上にあるから

◀分点公式。

$$\frac{X_1+2}{2}-2\cdot\frac{Y_1+9}{2}+1=0$$

$$\therefore\quad X_1-2Y_1-14=0\quad\cdots\cdots①$$

また，直線 AB の方程式は

$$(Y_1-9)(x-2)-(X_1-2)(y-9)=0$$

$$\therefore\quad (Y_1-9)x-(X_1-2)y+9X_1-2Y_1=0$$

◀2点を通る直線の方程式。

であり，これが直線 $\ell$ に垂直であるから

$$1\cdot(Y_1-9)+(-2)\cdot\{-(X_1-2)\}=0$$

◀2直線の垂直条件。

$$\therefore\quad 2X_1+Y_1-13=0\quad\cdots\cdots②$$

が成り立つ。よって，①，②より，求める点 B の座標は

# 図形と方程式1　2回目
## 添削問題 解答解説

QMT5L1-T1C2-01

**2**　$xy$ 平面上に，2つの直線

$$\ell : x-2y+1=0,\quad m : x+y-17=0$$

と点 A(2, 9) がある。このとき，次の各問いに答えよ。（配点　50）

(1)　点Aを直線 $\ell$，$m$ に関してそれぞれ対称移動した点B，Cの座標を求めよ。（25点）

(2)　直線 $m$ 上に点D(0, 17) をとる。点Pが直線 $\ell$ 上を動くとき，2つの線分の長さの和 AP＋PD の最小値と，そのときの点Pの座標をそれぞれ求めよ。（10点）

(3)　2点P，Qがそれぞれ直線 $\ell$，$m$ 上を動くとき，線分の長さの和 AP＋PQ＋QA の最小値と，そのときの点P，Qの座標をそれぞれ求めよ。ただし，2点P，Qが一致するとき，PQの長さは0とする。（15点）

### 攻略点

(1)　求める点の座標を文字でおいてから考え始めよう。たとえば点Bについては，線分ABの垂直2等分線が直線 $\ell$ であるから，線分ABの中点の位置と，直線ABと $\ell$ の関係に着目するとよい。点Cについても同様である。

(2)　直接，AP＋PD の最小値を考えるのは難しいので，うまく工夫して処理しよう。点Pは直線 $\ell$ 上にあり，(1)の点Bは直線 $\ell$ に関する点Aの対称点であるから

AP＝BP

が成り立つ。そこで，BP＋PD の最小値を求めればよいわけだ。あとは，図を利用して考察すると…。

(3)　本問も，(2)と同様に対称点の性質に着目して処理するとよい。(1)の点B，Cを用いると AP＋PQ＋QA はどのように書き換えることができるだろうか？

### 解　答

(1)　点Bの座標を $(X_1,\ Y_1)$ とおくと，線分ABの中点 $\left(\dfrac{X_1+2}{2},\ \dfrac{Y_1+9}{2}\right)$ は直線 $\ell$ 上にあるから

◀分点公式。

$$\frac{X_1+2}{2}-2\cdot\frac{Y_1+9}{2}+1=0$$

$$\therefore\quad X_1-2Y_1-14=0\quad\cdots\cdots①$$

また，直線ABの方程式は

$$(Y_1-9)(x-2)-(X_1-2)(y-9)=0$$

$$\therefore\quad (Y_1-9)x-(X_1-2)y+9X_1-2Y_1=0$$

◀2点を通る直線の方程式。

であり，これが直線 $\ell$ に垂直であるから

$$1\cdot(Y_1-9)+(-2)\cdot\{-(X_1-2)\}=0$$

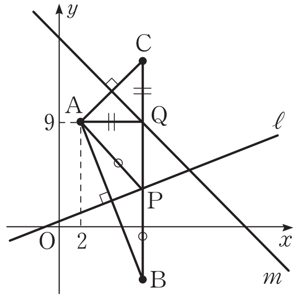
◀2直線の垂直条件。

$$\therefore\quad 2X_1+Y_1-13=0\quad\cdots\cdots②$$

が成り立つ。よって，①，②より，求める点Bの座標は

$\geqq BP_2 + P_2Q_2 + Q_2C = BC$

が成り立ち，等号は P と $P_2$，Q と $Q_2$ が一致するときに成立する。




ここで，直線 BC の方程式は

$x = 8$ ……⑥

であるから，$\ell$，$m$ の方程式と⑥をそれぞれ連立して解くことにより

$$P_2\left(8,\ \frac{9}{2}\right),\quad Q_2(8,\ 9)$$

となる。また

$BC = |15 - (-3)| = 18$

であるから，AP＋PQ＋QA の最小値と，そのときの点 P，Q の座標は

**最小値：18** $\left(\mathbf{P}\left(8,\ \dfrac{\mathbf{9}}{\mathbf{2}}\right),\ \mathbf{Q}(8,\ 9)\text{ のとき}\right)$ **（答）**

◀図を利用して，この不等式に気づいてほしい。

◀2 点 B，C の $x$ 座標は等しいので，このように簡単に求めることができる。