

添削問題

空間ベクトル / 整数

XMAD9A-11A1-01

1

1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ があり、辺 OA の中点を D 、辺 OB を $2:1$ に内分する点を E 、辺 OC を $t:(1-t)$ (ただし、 $0 < t < 1$) に内分する点を F とする。 $\triangle DEF$ の重心を G 、直線 OG と平面 ABC の交点を H とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき、次の各問いに答えよ。(25 点)

(1) \overrightarrow{OG} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 、 t を用いて表せ。(5 点)

(2) \overrightarrow{OH} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 、 t を用いて表せ。(7 点)

(3) 2 つの四面体 $ODEF$ 、 $HDEF$ の体積が等しいとき、 t の値を求めよ。また、そのときの四面体 $ODEF$ の体積を求めよ。(13 点)