# 第3問 （配点　25）

花子さんは高さ 6 m の建物の屋上の端（図 1 の地点 B）に立っていて，太郎さんは建物から 6 m 離れた地上（図 1 の地点 A）にいる。太郎さんは花子さんに向かっていろいろな角度でボールを投げ，花子さんがそれをキャッチすることを繰り返している。このとき，太郎さん，花子さん，次郎さんの三人は，花子さんが太郎さんの投球をキャッチできる条件について，調べてみることにした。なお，花子さんのいる地点 B の真下の建物と地上との境目を C とし，$\angle \mathrm{ACB} = 90^\circ$ とする。

次郎さんは，投球を横から見ていて，ボールの軌道が上に凸の放物線になっているのではないかと気づいた。そこで，三人が調べたところ，次のことがわかった。

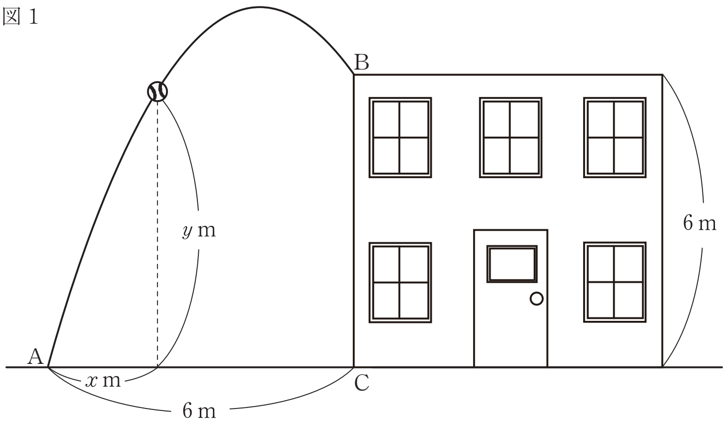
| |
|---|
| ボールを投げた場所からボールが飛んでいる場所の真下までの距離を $x$ m，そのときのボールの高さを $y$ m とすると，$y$ は $x$ の 2 次関数で表せて，$x^2$ の係数は負である。 |

このことより，三人は太郎さんが投げた場所から投げられたボールの真下までの距離を $x$ m，そのときのボールの高さを $y$ m として

$$y = ax^2 + bx + c \quad (a < 0)$$

とおき，花子さんが太郎さんの投球をキャッチしたときの $a$，$b$，$c$ について考えることにした。このとき，下の問いに答えよ。ただし，太郎さんと花子さんの身長，およびボールの大きさは考えないものとする。また，花子さんは投球をキャッチする際，位置を変えないものとする。

図 1




（数学 I・数学 A 第 3 問は次ページに続く。）

(1) 条件より，$y$ は $x$ と $a$ だけの式で表すことができ

$$b = \boxed{\text{ア}},\ c = \boxed{\text{イ}}$$

である。$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまるものを，次の ⓪～⑨ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ⓪ $-1$ | ① $0$ | ② $1$ | ③ $3$ | ④ $6$ |
| ⑤ $-a$ | ⑥ $1-6a$ | ⑦ $1+6a$ | ⑧ $1+a$ | ⑨ $-1+6a$ |

(2) 次郎さんが見ていたところ，ある投球では $x = 4$ の地点でボールの高さは建物の高さと同じになった。このとき

$$a = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

また，その次の投球では，$x = \dfrac{9}{2}$ の地点でボールの高さが最大になった。このとき

$$a = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

であり，この投球のボールの高さの最大値は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ m である。

**（数学Ⅰ・数学A 第3問は次ページに続く。）**

(3) 花子さんがキャッチしやすいように，太郎さんはボールの高さの最大値が 8 m より高くならないように，かつ花子さんが落下してきたボールをキャッチできるように投げることにした。ただし，ボールの高さが最大になるときキャッチすることは，落下してきたボールをキャッチすることに含めない。

(i) $a$ のとり得る値の範囲を求めよ。解答は解答欄 **(い)** に記述せよ。

(ii) 後日，太郎さんが投げていた地点 A と花子さんがいた建物の間にフェンスができることになった。フェンスのできる位置と高さがわからないが，地点 A から太郎さんが投げ，地点 B に花子さんがいるとき，どんな条件ならば，花子さんがキャッチできるか，三人で調べることにした。フェンスの位置を，$x = d$ $(0 < d < 6)$ の地点とし，高さを $h$ m $(h > 0)$ とする。ただし，フェンスの厚さは考えないものとする。このとき，花子さんがキャッチできるように太郎さんがボールを投げることができる $h$ と $d$ の組み合わせは(A)～(E)のどれか。下の ⓪～⑨ のうちから一つ選べ。 **シ**

| | $h$ | $d$ |
|---|---|---|
| (A) | 8 | 3 |
| (B) | 7 | 3 |
| (C) | 7 | 5 |
| (D) | 5 | 2 |
| (E) | 4 | 1 |

⓪ (A)のみ
① (D)のみ
② (A)と(B)のみ
③ (B)と(C)のみ
④ (C)と(D)のみ
⑤ (D)と(E)のみ
⑥ (A)と(B)と(C)のみ
⑦ (B)と(C)と(D)のみ
⑧ (C)と(D)と(E)のみ
⑨ すべて