4 / 25

a を実数の定数とする。座標平面上の2つの曲線

$$y = 2x^2|x-2|,\quad y = \frac{1}{2}x^2 + x + a$$

の共有点の個数を，a の値で分類して求めよ。 (25点)

$|x-2| \geqq 0$ のとき

絶対値の中の正負で場合分けします

$a = 2x^2(x-2) - \frac{1}{2}x^2 - x$

$= 2x^3 - \frac{9}{2}x^2 - x$

$a' = 6x^2 - 9x - 1$

$a' = 0$ のとき $x = \frac{9 \pm \sqrt{105}}{12}$

+3

aは定数で与えられているので

$f(x) = 2x^2|x-2| - \frac{1}{2}x^2 - x$

とおいてグラフをかいていきましょう

ここでは絶対値をはずした式を

$g(x) = 2x^3 - \frac{9}{2}x - x$

$h(x) = -2x^3 + \frac{7}{2}x^2 - x$

とおき直すとよいでしょう

x		$\frac{9-\sqrt{105}}{12}$		$\frac{9+\sqrt{105}}{12}$	
y'		0		0	
y	+		−		+

$\frac{9+\sqrt{105}}{12} < \frac{9+\sqrt{121}}{12}$

$= \frac{20}{12} < 2$ を確認しましょう.

$|x-2| < 0$ のとき

$a = 2x^2(2-x) - \frac{1}{2}x^2 - x$

$= -2x^3 + \frac{7}{2}x^2 - x$

$a' = -6x^2 + 7x - 1$

$= -(6x-1)(x-1)$

+3

ここから $x \geqq 2$ で

$y = g(x)$ は単調増加

$g(2) = -4$ とわかります.

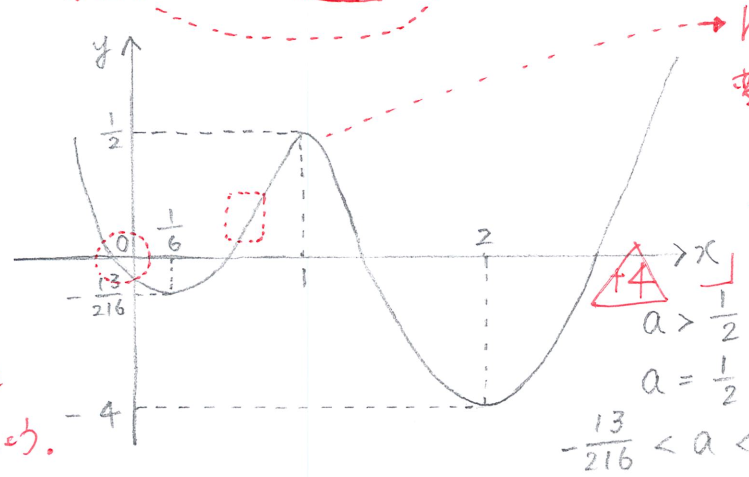
x		$\frac{1}{6}$		1	
y'		0		0	
y	−	$-\frac{13}{216}$	+	$\frac{1}{2}$	−

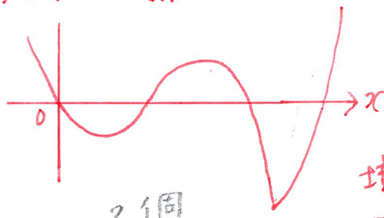
+6

計算ミス $h\left(\frac{1}{6}\right) = -\frac{17}{216}$ です

$h''(x) = -12x + 7$ より

変曲点は $\boxed{}$ の1ヶ所のみです





共有点の個数には影響しませんが グラフが折り返される境界の状態や ⊔ ⊓ などグラフの特徴的な部分については できるだけ正確にかくようにしましょう.

$h(0) = 0$ に注意して原点を通るように書きましょう.

+4

$a > \frac{1}{2}$	2個
$a = \frac{1}{2}$	3個
$-\frac{13}{216} < a < \frac{1}{2}$	4個
$a = -\frac{13}{216}$	3個
$-4 < a < -\frac{13}{216}$	2個
$a = -4$	1個
$a < -4$	0個

+4

個数を問われています 忘れずに書いておきましょう

＜合格への一手＞

グラフの概形が結論を左右する問題では，勘違いや計算ミスが命取りになります 符号や大小の判定には とくに注意を払います。ケアレスミスと侮らず，原因を確かめておきましょう。