4 YMBB7A-Z1C2

(1) 2 $8/8$

(2) 3 $7/17$

$f(x)=x^2+2x+a$ について，次の各問いに答えよ。 (25 点)

(1) 方程式 $f(x)=0$ が $-1<x<1$ の範囲に実数解をもつとき，a のとり得る値の範囲を求めよ。 (8 点)

(2) (1)のとき，$I(a)=\int_{-1}^{1}|f(x)|\,dx$ の最小値，およびそのときの a の値を求めよ。 (17 点)

(1) $f(x) = x^2+2x+a$

$= (x+1)^2-1+a$

軸 $x=-1$

$D/4 = 1^2 - a > 0$

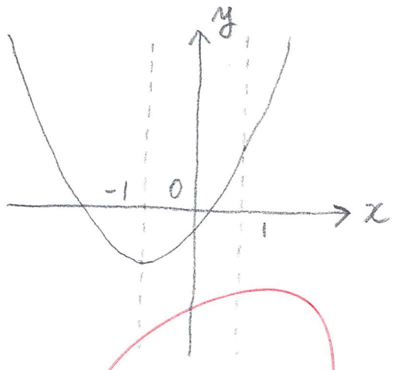
$a < 1 \cdots ①$

$f(-1) = 1-2+a < 0$

$a < 1 \cdots ②$

$f(1) = 1+2+a > 0$

$a > -3 \cdots ③$



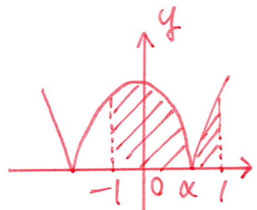
よって $-3 < a < 1$

軸が $x=-1$ であることから、③をみたせば必ず $y=f(x)$ は x 軸と2点で交わるので、この場合は①を調べなくてもよいことになります。

(2) $x^2+2x+a=0$

$x = -1 \pm \sqrt{1-a}$ +2

面積を求めるときは立式(＊)の根拠として グラフをかくようにしましょう。



上図のようなグラフになり、面積は斜線部となります。

$I(a) = \int_{-1}^{-1+\sqrt{1-a}} (-x^2-2x-a)\,dx + \int_{-1+\sqrt{1-a}}^{1} (x^2+2x+a)\,dx$ ＊

+5

$= \left[-\frac{1}{3}x^3 - x^2 - ax\right]_{-1}^{-1+\sqrt{1-a}} + \left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 + ax\right]_{-1+\sqrt{1-a}}^{1}$

$-1+\sqrt{1-a}$ のまま計算していくと式が煩雑になりミスもしやすくなります。

$= -\frac{1}{3}(-1+\sqrt{1-a})^3 - (-1+\sqrt{1-a})^2 - a(-1+\sqrt{1-a}) - (\frac{1}{3} - 1 + ax)$

$+ \frac{1}{3} + 1 + ax - \left\{\frac{1}{3}(-1+\sqrt{1-a})^3 + (-1+\sqrt{1-a})^2 + a(-1+\sqrt{1-a})\right\}$

ここは2です

$= -\frac{1}{3}(-1+\sqrt{1-a})^3 - 2(-1+\sqrt{1-a})^2 - 2a(-1+\sqrt{1-a}) + 2$

$= -\frac{1}{3}\left\{-1 + 3(1-a) - 3\sqrt{1-a} + (1-a)\sqrt{1-a}\right\} - 2\left\{1 - 2\sqrt{1-a} + (1-a)\right\}$

符号は慎重に。

$+ 2a - 2a\sqrt{1-a} + 2$

$= \frac{1}{3} - (1-a) + \sqrt{1-a} - \frac{1}{3}(1-a)\sqrt{1-a} - 2 + 4\sqrt{1-a} - 2(1-a) + 2a - 2a\sqrt{1-a} + 2$

行き詰まってしまったようですね。ここは
$\alpha = -1+\sqrt{1-a}$ とおいて α のまま積分計算をします。
増減を調べる際の微分も α のまま計算しましょう。

＜合格への一手＞
扱う式が複雑なときには、文字の有用性を最大限に利用したいところです。
本問のように方程式の解が分数や無理数になる場合のほか、
単純に式が長い場合にも、時間短縮には有効です。
"できるだけシンプルな形で処理する"という観点を身につけておきましょう。