

第4問 (配点 25)

関数 $f(x) = a(x-p)^2 + q$ (a, p, q は実数) について, $y = f(x)$ のグラフをコンピュータのグラフ表示ソフトを用いて表示させる。

このソフトでは, a, p, q の値を入力すると, その値に応じたグラフが表示される。さらに, それぞれの の下にある \bullet を左に動かすと値が減少し, 右に動かすと値が増加するようになっており, 値の変化に応じて関数のグラフが画面上で変化する仕組みになっている。

最初に, a, p, q をある値に定めたところ, 図1のように, 頂点が第4象限にあり, x 軸の正の部分, 負の部分の2点で交わる下に凸の放物線が表示された。

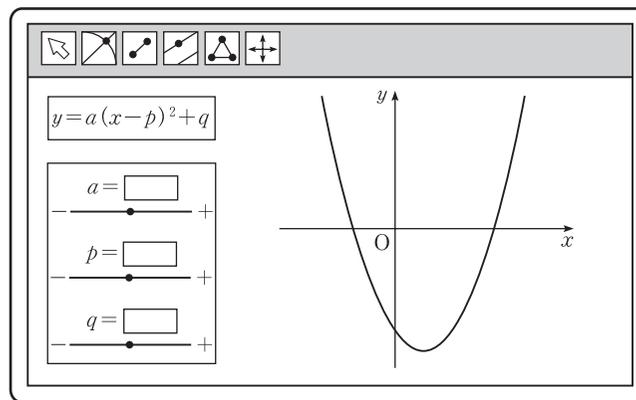


図1

- (1) $y = f(x)$ のグラフが図1の放物線であるとき, 次の ア ~ エ に当てはまるものを, 次の ①~② のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを選んでもよい。

$$a \text{ ア } 0 \quad p \text{ イ } 0 \quad q \text{ ウ } 0 \quad ap^2 + q \text{ エ } 0$$

$$\text{① } > \quad \text{② } = \quad \text{③ } <$$

- (2) 図1の放物線を表示させる a, p, q の値に対して, 方程式 $f(x) = 0$ の解について正しく記述したものを, 次の ①~④ のうちから一つ選べ。 オ

- ① 方程式 $f(x) = 0$ は異なる二つの正の解をもつ。
- ② 方程式 $f(x) = 0$ は異なる二つの負の解をもつ。
- ③ 方程式 $f(x) = 0$ は正の解と負の解をもつ。
- ④ 方程式 $f(x) = 0$ は重解をもつ。
- ⑤ 方程式 $f(x) = 0$ は実数解をもたない。

(数学 I・数学 A 第4問は次ページに続く。)

- (3) $y = f(x)$ のグラフが図 1 の放物線である状態から、次の六つの操作 A1, A2, P1, P2, Q1, Q2 を行う。

操作 A1 : p, q の値は変えず, a の値だけを増加させる。
 操作 A2 : p, q の値は変えず, a の値だけを減少させる。
 操作 P1 : a, q の値は変えず, p の値だけを増加させる。
 操作 P2 : a, q の値は変えず, p の値だけを減少させる。
 操作 Q1 : a, p の値は変えず, q の値だけを増加させる。
 操作 Q2 : a, p の値は変えず, q の値だけを減少させる。

- (i) 六つの操作のうち一つの操作を行う場合、「方程式 $f(x) = 0$ が異なる二つの正の解をもつこと」が起こり得る操作は 。

また、六つの操作のうち一つの操作を行う場合、「不等式 $f(x) < 0$ の解がすべての実数となること」が起こり得る操作は 。

, に当てはまるものを、次の ①～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを選んでもよい。

- ① 操作 A2 だけである
- ② 操作 P1 だけである
- ③ 操作 Q2 だけである
- ④ 操作 A1 と操作 Q1 だけである
- ⑤ 操作 A2 と操作 P1 だけである
- ⑥ 操作 P1 と操作 Q1 だけである
- ⑦ 操作 A1 と操作 P1 と操作 Q1 だけである
- ⑧ 操作 A2 と操作 P2 と操作 Q2 だけである
- ⑨ 操作 A1 と操作 P2 と操作 Q1 だけである

(数学 I・数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

(ii) 図1の放物線は、 x 軸と2点(3, 0), (-2, 0)で交わっているものとする。このとき、操作により「 $-2 \leq x \leq 1$ において $f(x)$ が最大値をとるのは、 $x = 1$ のときのみ」となるようにしたい。

六つの操作のうち一つの操作を行う場合は、ク を行うときであり、ケ となるようにすればよい。

六つの操作のうち二つの操作を順に行う場合は、操作 P1 と コ を行うときであり、サ かつ シ となるようにすればよい。

ク ~ シ に当てはまるものを、次の各解答群のうちから一つずつ選べ。ただし、ク と コ, ケ と サ と シ では、同じものを選んでもよい。また、サ と シ は解答の順序を問わない。

ク, コ の解答群

- | | | |
|---------|---------|---------|
| ① 操作 A1 | ① 操作 A2 | ② 操作 P1 |
| ③ 操作 P2 | ④ 操作 Q1 | ⑤ 操作 Q2 |

ケ, サ, シ の解答群

- | | | | | |
|--------------|------------------------|-----------|------------|----------------------|
| ① $a > 0$ | ① $a = 0$ | ② $a < 0$ | ③ $p > -2$ | ④ $p < -\frac{1}{2}$ |
| ⑤ $p \geq 1$ | ⑥ $p \geq \frac{1}{2}$ | ⑦ $q > 0$ | ⑧ $q < 0$ | ⑨ $q \leq -4$ |