

自然数 n に対して

$$x^2 - y^2 = n^2 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

をみたす自然数 x, y について考える。 (25 点)

- (1) $n = 3, 4$ のとき, $\textcircled{1}$ をみたす自然数 x, y の組 (x, y) をそれぞれ求めよ。 (6 点)
- (2) 3 以上の任意の自然数 n に対して, $\textcircled{1}$ をみたす自然数 x, y の組 (x, y) が存在することを証明せよ。 (5 点)
- (3) $n \geq 3$ のとき, $\textcircled{1}$ をみたす自然数 x, y の組 (x, y) がただ 1 組存在するための必要十分条件は, n または $\frac{n}{2}$ が素数であることを証明せよ。 (14 点)