

$a$  を  $a \neq 0$  をみたす実数とする。 $x$  の 2 次方程式  $x^2 + ax + a^2 = 0$  の 2 つの解を  $\alpha, \beta$  とし、自然数  $m, n$  に対して

$$f(m, n) = \frac{\beta^m}{\alpha^n} + \frac{\alpha^m}{\beta^n}$$

とする。 $1 \leq m \leq 20, 1 \leq n \leq 20$  のとき、任意の実数  $a (\neq 0)$  に対して

$$f(m, n) = 2a^{10}$$

が成り立つような  $m, n$  の組  $(m, n)$  をすべて求めよ。

(25 点)