# 高校数学へようこそ　２回目
## 添削問題

QMT4V1-S1A2-01

※ここからは『Z Study　解答用紙編』の数学「高校数学へようこそ」２枚目にご記入ください。

**2**　次の各問いに答えよ。（配点　50）

(1)　$(x+y)(x^2-xy+y^2)$ を展開せよ。（5 点）

(2)　$x=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$, $y=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(i)　$x^2+y^2$　（15 点）

(ii)　$(x^3-1)(y^3-1)$　（15 点）

(iii)　$x^6+y^6$　（15 点）

**2**　次の各問いに答えよ。（配点　50）

(1)　$(x+y)(x^2-xy+y^2)$ を展開せよ。（5点）

(2)　$x=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$，$y=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(i)　$x^2+y^2$　（15点）

(ii)　$(x^3-1)(y^3-1)$　（15点）

(iii)　$x^6+y^6$　（15点）

## 攻略点

(1)　素直に展開すればよい。

(2)　(i)はそのまま代入しても計算できるが，(ii)，(iii)を計算するのは大変。そこで

・(i)も(ii)も(iii)も対称式

・$x+y$，$xy$ の値がきれい

ということで，$x+y$ と $xy$ で表す方針で考えよう。さらに，(ii)，(iii)は，3乗が絡むので(1)が利用できる。

## 解　答

(1)
$$
\begin{aligned}
&(x+y)(x^2-xy+y^2)\\
&=x^3-x^2y+xy^2+x^2y-xy^2+y^3\\
&=\boldsymbol{x^3+y^3}\quad\textbf{（答）}
\end{aligned}
$$

(2)(i)
$$x+y=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}=\sqrt{5}$$

$$xy=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}=\frac{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}{4}$$

$$=\frac{1}{2}$$

◀$x+y$，$xy$ の値がきれいになることと，$x^2+y^2$ が対称式であることを利用する。

より

$$
\begin{aligned}
x^2+y^2&=(x+y)^2-2xy\\
&=(\sqrt{5})^2-2\cdot\frac{1}{2}\\
&=\mathbf{4}\quad\textbf{（答）}
\end{aligned}
$$

(ii)
$$
\begin{aligned}
&(x^3-1)(y^3-1)\\
&=x^3y^3-x^3-y^3+1\\
&=(xy)^3-(x^3+y^3)+1\\
&=(xy)^3-(x+y)(x^2-xy+y^2)+1\\
&=(xy)^3-(x+y)\{(x^2+y^2)-xy\}+1
\end{aligned}
$$

◀(1)の結果を利用。

$$=\left(\frac{1}{2}\right)^3-\sqrt{5}\cdot\left(4-\frac{1}{2}\right)+1$$

◀(i)の結果を利用。

$$=\mathbf{\frac{9}{8}-\frac{7\sqrt{5}}{2}}$$ **(答)**

(iii) $$(x^3+y^3)^2=x^6+2x^3y^3+y^6$$

より

$$\begin{aligned}x^6+y^6&=(x^3+y^3)^2-2(xy)^3\\&=\{(x+y)(x^2-xy+y^2)\}^2-2(xy)^3\\&=\left\{\sqrt{5}\left(4-\frac{1}{2}\right)\right\}^2-2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\\&=\left(\frac{7\sqrt{5}}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\\&=\mathbf{61}\end{aligned}$$ **(答)**

◀(1)の結果を利用。

◀(i)で求めた $x^2+y^2$ も利用する。