この教材見本は、実際の１カ月分の教材よりも回数・ページ数が少ないダイジェスト版です。

※実際の教材の１カ月あたりの学習量は、１回30分×８回です。

この教材見本は１カ月分の一部を抜粋して掲載しています。下記の黒字が今回の掲載回です。

※テキストスタイルの見本になります。

※添削問題は、「一貫標準」「一貫発展」の問題を掲載しています。

相似

4 要点学習 相似

要点 4

30分

要点

相似比と面積比・体積比の関係

【1】相似比と面積比・体積比の関係

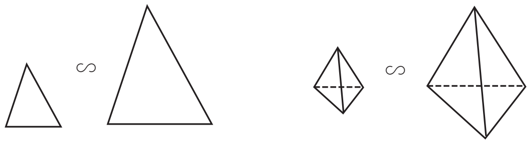
相似な図形では，次のことが成り立つ。

① 相似な図形の周の長さの比は，相似比に等しい。

② 相似な図形の面積比は，相似比の 2 乗に等しい。

③ 相似な立体の表面積比は，相似比の 2 乗に等しい。

④ 相似な立体の体積比は，相似比の 3 乗に等しい。



（例） 右下の図において，△ABE と△CDE は相似である。AB：CD＝3：7，△ABE の面積が 36 cm^2 のとき，△CDE の面積を求めなさい。

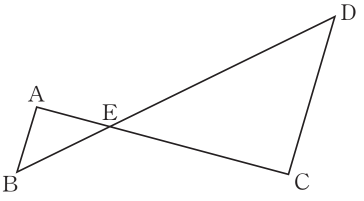
（解答） △CDE の面積を S cm^2 とおくと

$3^2 : 7^2 = 36 : S$

$9S = 36 \times 49$

$S = 196$

196 cm^2 （答）



（例） 右下の図のように，円錐の高さ OH の中点を M とし，点 M を通り底面に平行な平面でこの円錐を切断してできる 2 つの立体のうち，上側の円錐の体積を V_1，下側の円錐台の体積を V_2 とする。このとき，$V_1 : V_2$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。

（解答） OM：OH＝1：2 より

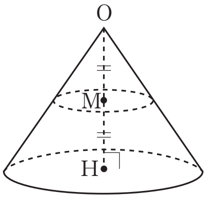
$V_1 : (V_1 + V_2) = 1^3 : 2^3$

$8V_1 = V_1 + V_2$

$7V_1 = V_2$

よって

$V_1 : V_2 = 1 : 7$ （答）

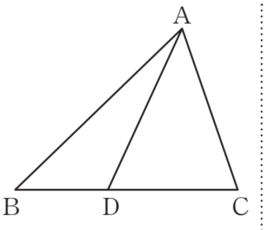


線分比と面積比

【1】線分比と面積比

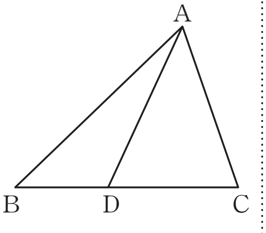
右の図のように，△ABC と点Dがあるとき，次の等式が成り立つ。

△ABD：△ADC＝BD：DC



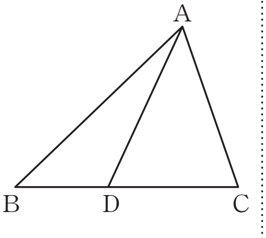
← 高さが等しい２つの三角形は底辺の長さの比が，そのまま面積の比になる。

（例）　右の図のように，△ABC があり，点Dは辺BC上の点である。BD：DC＝2：3 のとき，△ABD と △ADC の面積比 △ABD:△ADC を求めなさい。



（解答）　△ABD：△ADC
＝BD：DC
＝2：3　（答）

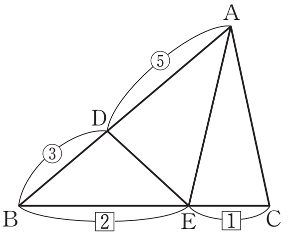
（例）　右の図のように，△ABC があり，点Dは辺BC上の点である。△ABD：△ABC＝3：7 のとき，BD：DC を求めなさい。



（解答）　BD：DC＝△ABD：△ADC
＝3：(7−3)
＝3：4　（答）

（例）　下の図のように，△ABCがあり，点D，Eはそれぞれ線分AB，BC上の点である。AD：DB＝5：3，BE：EC＝2：1 のとき，△ADE：△ABC を求めなさい。

（解答）　△ABC＝S とすると



$$\triangle ABE=\frac{2}{2+1}\times S=\frac{2}{3}S$$

← BE：EC＝2：1 より。

$$\triangle ADE=\frac{5}{3+5}\times\triangle ABE$$

← AD：DB＝5：3 より。

$$=\frac{5}{8}\times\triangle ABE$$

$$=\frac{5}{8}\times\frac{2}{3}S$$

$$=\frac{5}{12}S$$

よって

△ADE：△ABC＝5：12　（答）

← $\frac{5}{12}S:S=5:12$

MEMO

練習問題

今回は

・相似比と面積比・体積比の関係

・線分比と面積比

について学習しました。学習内容をまとめておきますので，問題を解く前に確認しておきましょう。

◆相似比と面積比・体積比の関係

1　相似比と面積比・体積比の関係

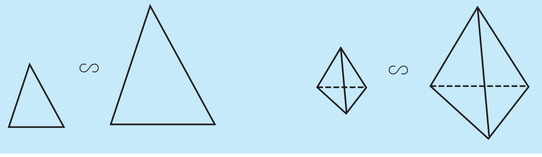
相似な図形では次のことが成り立つ。

① 相似な図形の周の長さの比は，相似比に等しい。

② 相似な図形の面積比は，相似比の 2 乗に等しい。

③ 相似な立体の表面積比は，相似比の 2 乗に等しい。

④ 相似な立体の体積比は，相似比の 3 乗に等しい。

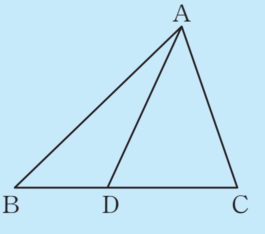


◆線分比と面積比

1　線分比と面積比

右の図のように，△ABC と点 D があるとき，次の等式が成り立つ。

△ABD：△ADC＝BD：DC



それでは，次のページから始まる問題に取り組みましょう。

1

△ABC∽△DEFで，BC：EF＝5：2であるとき，△ABCと△DEFの面積比を求めなさい。

2

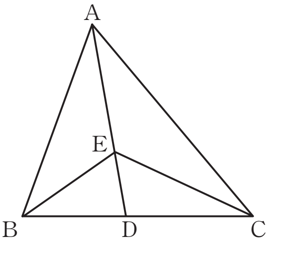
△ABC∽△DEFで，AB：DE＝3：4であり，△ABCの面積が180 cm^2 である。このとき，△DEFの面積を求めなさい。

3

1辺の長さが2cmの正四面体Aと，1辺の長さが3cmの正四面体Bがある。このとき，正四面体Aと正四面体Bの体積比を求めなさい。

4

右の図のように，△ABCの辺BC上に点D，線分AD上に点Eをそれぞれ AE：ED＝2：1，BD：DC＝3：4 となるようにとる。このとき，△ABEと△EDCの面積比を求めなさい。



練習問題の解答

1 **25：4**

△ABC と △DEF の相似比が5：2より，面積比は相似比の 2 乗に等しいから

$$\triangle ABC : \triangle DEF = 5^2 : 2^2$$
$$= 25 : 4$$

2 **320 cm²**

△ABC と △DEF の相似比が3：4より，面積比は相似比の 2 乗に等しいから

$$\triangle ABC : \triangle DEF = 3^2 : 4^2$$

が成り立つ。よって

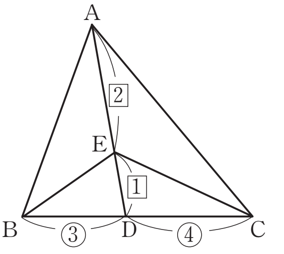
$$180 : \triangle DEF = 9 : 16$$
$$9\triangle DEF = 180 \times 16$$
$$\triangle DEF = 320(\mathrm{cm}^2)$$

3 **8：27**

正四面体Ａと正四面体Ｂの相似比が2：3より，体積比は相似比の 3 乗に等しいから

$$(\text{正四面体A}) : (\text{正四面体B}) = 2^3 : 3^3$$
$$= 8 : 27$$

4 3：2



△ABCの面積をSとする。

BD：DC＝3：4 より

$$\triangle \mathrm{ABD}=\frac{3}{3+4}S=\frac{3}{7}S$$

$$\triangle \mathrm{ADC}=\frac{4}{3+4}S=\frac{4}{7}S$$

また，AE：ED＝2：1 より

$$\begin{aligned}\triangle \mathrm{ABE}&=\frac{2}{2+1}\times\triangle \mathrm{ABD}\\&=\frac{2}{3}\times\frac{3}{7}S\\&=\frac{2}{7}S\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle \mathrm{EDC}&=\frac{1}{2+1}\times\triangle \mathrm{ADC}\\&=\frac{1}{3}\times\frac{4}{7}S\\&=\frac{4}{21}S\end{aligned}$$

以上より

$$\begin{aligned}\triangle \mathrm{ABE}:\triangle \mathrm{EDC}&=\frac{2}{7}S:\frac{4}{21}S\\&=3:2\end{aligned}$$

6 応用学習 相似
相似を見抜こう

30分

解法の研究

【1】相似の型

相似では「線分の長さを求めなさい」という問題がよく出題されますが，よく考えてみてください。問題文に「○○と□□が相似である」と書かれていればそれをヒントにすることができますが，書かれていなかったら…。当然，自分で相似な三角形を見つけなければなりませんが，大きさが異なるため，合同な三角形のときのように簡単には見つかりません。

しかし，安心してください！　図形問題で題材にされやすい相似には，いくつかのパターンがあります。そのパターンのうち代表的なものを紹介していきます。今回，紹介する**相似の型**は

(1)　**「裏返し」の型**

(2)　**「折り返し」の型**

の 2 つです。さっそく次の「POINT」で確認していきましょう。

POINT

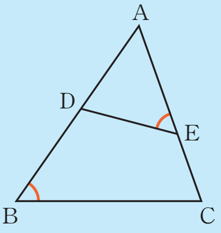
■相似の型

(1)　**「裏返し」の型**

△ABC および半直線 AB，AC 上にそれぞれ点 D，E がある。

∠ABC＝∠AED のとき

△ABC ∽ △AED

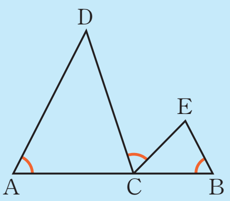


(2)　**「折り返し」の型**

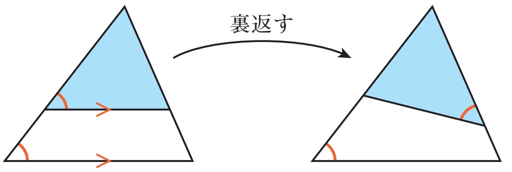
3 点 A，C，B が一直線上にある。

∠DAC＝∠CBE＝∠DCE のとき

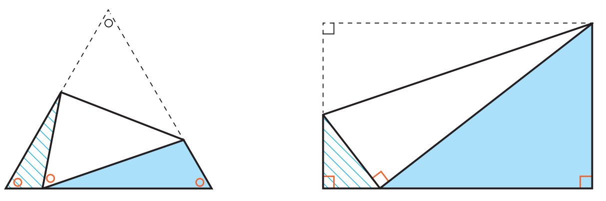
△ACD ∽ △BEC



補足として，次の図の左側にあるように，1 組の平行線があると相似な三角形ができます。この状態から一方の三角形をくるりと裏返すことで，(1)の型(次の図の右側にあるもの)が得られます。そのため，(1)を「裏返し」の型とよんでいます。



また，(2)の型は，次の図のように「正三角形」や「長方形」を折り返したときに現れます。そのため，(2)を「折り返し」の型とよんでいます。



さて，紹介した相似の型の証明ですが，「裏返し」の型についてはすぐにわかると思いますので，「折り返し」の型について証明しておきましょう。

証明

$$\angle \mathrm{DAC} = \angle \mathrm{CBE} = \angle \mathrm{DCE} = a^\circ$$

とおく。

△ACD と△BEC において，仮定より

$$\angle \mathrm{DAC} = \angle \mathrm{CBE} = a^\circ \quad \cdots\cdots ①$$

次に，△ACDにおいて，内角と外角の関係より

$$\begin{aligned}\angle \mathrm{DCB} &= \angle \mathrm{CDA} + \angle \mathrm{DAC} \\ &= \angle \mathrm{CDA} + a^\circ \quad \cdots\cdots ②\end{aligned}$$

また

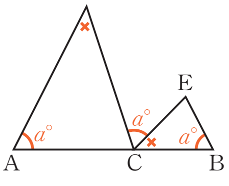
$$\begin{aligned}\angle \mathrm{DCB} &= \angle \mathrm{ECB} + \angle \mathrm{DCE} \\ &= \angle \mathrm{ECB} + a^\circ \quad \cdots\cdots ③\end{aligned}$$

②，③より

$$\angle \mathrm{CDA} = \angle \mathrm{ECB} \quad \cdots\cdots ④$$

よって，①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle \mathrm{ACD} \backsim \triangle \mathrm{BEC}$$ (証明終)



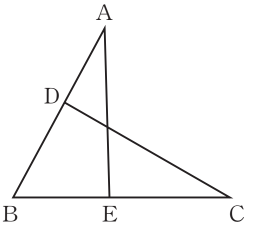
それでは，実際に，相似の型を利用して問題を解いてみましょう。

問題演習

解答は６回目の最後

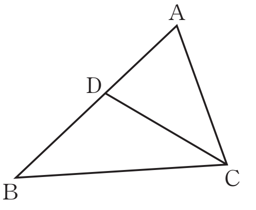
1

右の図において，$\angle AEB = \angle CDB$ である。$BE = 8$ cm，$EC = 10$ cm，$BD = 9$ cmのとき，線分ADの長さを求めなさい。



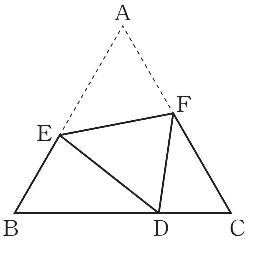
2

右の図において，$\angle ABC = \angle ACD$ である。$AC = 4$ cm，$AB = 6$ cmのとき，線分ADの長さを求めなさい。



3

右の図は，正三角形ABCを，頂点Aが辺BC上の点Dに重なるように線分EFを折り目として折り返した図形である。$EB = 5$ cm，$BD = 8$ cm，$DE = 7$ cmのとき，線分CFの長さを求めなさい。



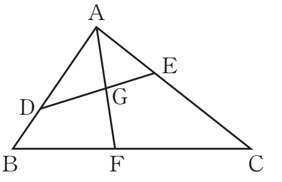
ヒント

3

折り返しの性質として，「折り返す前後で折り返した部分が合同になる」というものがあります。これを利用すれば，正三角形ABCの１辺の長さを求めることができます。

4

右の図のように，△ABCがあり，辺AB，AC上にそれぞれ点D，Eを∠ADE＝∠ACBとなるようにとる。また，∠BACの二等分線と辺BC，線分DEとの交点をそれぞれF，Gとする。AB＝12 cm，AC＝16 cm，AD＝8 cm，AF＝10 cmのとき，次の問いに答えなさい。



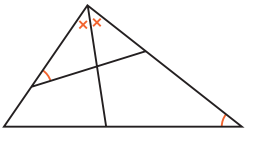
⑴　線分AEの長さを求めなさい。

⑵　線分AGの長さを求めなさい。

ヒント

4

⑵「裏返し」の型の応用です。右の図のように２つの三角形に共通する角の二等分線を引くと，「裏返し」の型以外に新しい相似な三角形が出現します。見つけることはできますか。



解法の研究

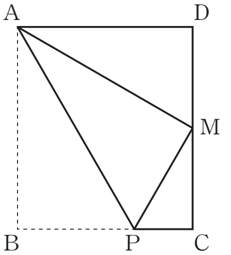
【2】相似の型の応用

相似の型は身につきましたか？

次に，相似の型のさらなる応用問題に取り組んでいきますよ。

例題

右の図は，長方形ABCDを，頂点Bが辺CD上の点Mに重なるように，線分APを折り目として折り返したものである。点Mが辺CDの中点，CP＝3 cmのとき，線分MPの長さを求めなさい。

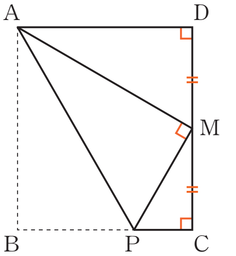


考え方

【1】を学習してきたみなさんなら，図を見ても，問題文の「折り返した」の部分を見ても，「折り返し」の型より

$$\triangle CMP \backsim \triangle DAM$$

であることはすぐに見抜けますよね。これを利用して線分MPの長さを求めていきますが，比の扱いのところでちょっと工夫が必要となります。



解答

△CMPと△DAMにおいて，　←「折り返し」の型。

四角形ABCDは長方形であるから

$$\angle PCM = \angle MDA = 90^\circ \quad \cdots\cdots ①$$

$$\angle PMA = 90^\circ \quad \cdots\cdots ②$$

次に，△CMPの内角と外角の関係より

$$\angle PMD = \angle CPM + \angle PCM$$

$$= \angle CPM + 90^\circ \quad \cdots\cdots ③$$

また，②より

$$\angle PMD = \angle DMA + \angle PMA$$

$$= \angle DMA + 90^\circ \quad \cdots\cdots ④$$

③，④より

$$\angle CPM = \angle DMA \quad \cdots\cdots ⑤$$

よって，①，⑤より，2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle CMP \backsim \triangle DAM$$

対応する辺の比は等しいから

$$\mathrm{MP}:\mathrm{AM}=\mathrm{CP}:\mathrm{DM}$$

すなわち

$$\mathrm{MP}:\mathrm{CP}=\mathrm{AM}:\mathrm{DM} \quad \cdots\cdots ⑥$$

← $a:b=c:d$ のとき，
$a:c=b:d$ が成り立つ。

が成り立つ。

ここで

$$\mathrm{AM}:\mathrm{DM}=\mathrm{AB}:\frac{1}{2}\mathrm{DC}=\mathrm{AB}:\frac{1}{2}\mathrm{AB}=2:1 \quad \cdots\cdots(★)$$

であり，$\mathrm{CP}=3\,\mathrm{cm}$であるから，⑥より

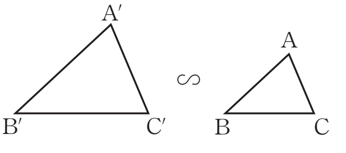
$$\mathrm{MP}:3=2:1$$

$\mathrm{MP}=6\,(\mathrm{cm})$　（答）

解説

相似から得られた比を⑥のように変形することで(★)が使え，線分MPの長さを求めることができました。「解答」では，「比の内項を入れ替えても等式は成り立つ」という比の性質を使って⑥を導きましたが，次のように捉えることもできます。

$\triangle \mathrm{A'B'C'} \backsim \triangle \mathrm{ABC}$ で，その相似比が $k:1$ とすると，相似な三角形の対応する辺の比が相似比に等しいので



$$\mathrm{A'B'}:\mathrm{AB}=k:1$$

$$\mathrm{A'B'}=k\mathrm{AB}$$

他の辺についても

$$\mathrm{B'C'}=k\mathrm{BC},\ \mathrm{C'A'}=k\mathrm{CA}$$

よって

$$\mathrm{A'B'}:\mathrm{B'C'}:\mathrm{C'A'}=k\mathrm{AB}:k\mathrm{BC}:k\mathrm{CA}$$
$$=\mathrm{AB}:\mathrm{BC}:\mathrm{CA}$$

が成り立つことがわかります。つまり

相似な三角形では3辺の比が等しい

と捉えることができますね。

さて，本問において，$\triangle \mathrm{CMP} \backsim \triangle \mathrm{DAM}$ より

$$\mathrm{CM}:\underline{\mathrm{MP}:\mathrm{PC}}=\mathrm{DA}:\underline{\mathrm{AM}:\mathrm{MD}}$$

が成り立つので，上の式の下線部分を取り出したものが，「解答」の⑥というわけですね。

「折り返し」の型を利用する問題では，この考え方がしばしば有効になりますので，しっかりと覚えておきましょう。

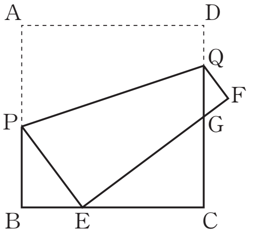
次の「問題演習」でさらなる応用問題に挑戦して，相似の型を自分のものとしましょう！

問題演習

解答は６回目の最後

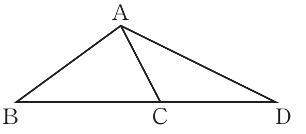
5

右の図は，正方形ABCDを，頂点Aが辺BC上の点Eに重なるように折ったものである。折り目をPQ, 頂点DのうつりさきをF, 線分CDと線分EFとの交点をGとする。CG＝6 cm, GE＝10 cm, EC＝8 cmのとき, 正方形ABCDの１辺の長さを求めなさい。



6

右の図のように, AB = 9 cm, BC = 10 cm, CA = 6 cmの△ABCがあり, 辺BCの延長上に∠DAC = ∠ABC となる点Dをとる。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 面積比△CAD：△ABDを求めなさい。

(2) 線分CDの長さを求めなさい。

ヒント

6

(1) 「裏返し」の型より，△CAD ∽ △ABD は見抜けますので，面積比を求めるには，相似比がわかればよいですね。

(2) △CAD：△ABD がわかれば，△ABC：△CAD もわかるので，線分比と面積比の関係より…。

問題演習の解答

1

△AEBと△CDBにおいて ←「裏返し」の型。

∠EBA＝∠DBC(共通) ……①

また，仮定より

∠AEB＝∠CDB ……②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから

△AEB ∽ △CDB

対応する辺の比は等しいから

BE：BD＝BA：BC

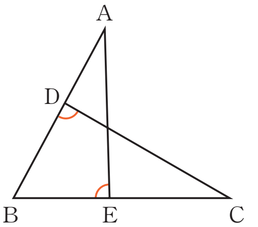
が成り立つ。よって

8：9＝(9＋AD)：(8＋10) ← BA＝BD＋AD, BC＝BE＋EC

9(9＋AD)＝8×18

9＋AD＝8×2

AD＝7(cm)　(答)



2

△ABCと△ACDにおいて ←「裏返し」の型。

∠BAC＝∠CAD(共通) ……①

また，仮定より

∠ABC＝∠ACD ……②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから

△ABC ∽ △ACD

対応する辺の比は等しいから

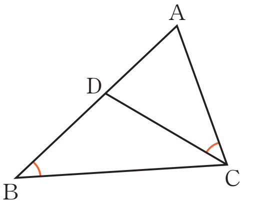
AB：AC＝AC：AD

が成り立つ。よって

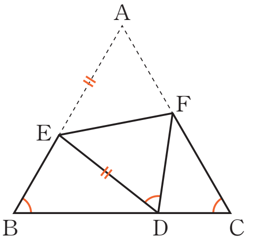
6：4＝4：AD

6AD＝16

AD＝$\frac{8}{3}$(cm)　(答)



3



　折り返しの性質より

$$AE=DE=7\text{ cm}$$

つまり，正三角形ABCの１辺の長さは

$$AE+EB=7+5$$
$$=12(\text{cm})$$

　ここで，△EBDと△DCFにおいて，△ABCは正三角形であるから　↑「折り返し」の型。

$$\angle EBD=\angle DCF=60^\circ \quad \cdots\cdots ①$$
$$\angle EDF=\angle EAF=60^\circ$$

次に，△EBDにおいて，内角と外角の関係より

$$\angle EDC=\angle DEB+\angle EBD$$
$$=\angle DEB+60^\circ \quad \cdots\cdots ②$$

また

$$\angle EDC=\angle FDC+\angle EDF$$
$$=\angle FDC+60^\circ \quad \cdots\cdots ③$$

②，③より

$$\angle DEB=\angle FDC \quad \cdots\cdots ④$$

よって，①，④より，２組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle EBD \backsim \triangle DCF$$

対応する辺の比は等しいから

$$EB:DC=BD:CF$$

が成り立つ。したがって

$$5:(12-8)=8:CF$$　← DC＝BC－BD

$$5CF=32$$

$$\boldsymbol{CF=\frac{32}{5}(\text{cm})}$$　**（答）**

4

(1)　△ABCと△AEDにおいて　←「裏返し」の型。

$$\angle BAC=\angle EAD(\text{共通}) \quad \cdots\cdots ①$$

　また，仮定より

$$\angle ACB=\angle ADE \quad \cdots\cdots ②$$

　①，②より，２組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \backsim \triangle AED$$

対応する辺の比は等しいから

$AB : AE = AC : AD$

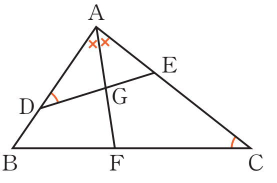
が成り立つ。よって

$12 : AE = 16 : 8$

$16AE = 12 \times 8$

$AE = 6$ (cm)　(答)

(2)　△ADGと△ACFにおいて，仮定より



$\angle ADG = \angle ACF$　…… ③

$\angle DAG = \angle CAF$　…… ④

③，④より，2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ADG \backsim \triangle ACF$

対応する辺の比は等しいから

$AG : AF = AD : AC$

が成り立つ。よって

$AG : 10 = 8 : 16$

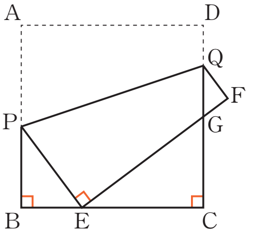
$16AG = 10 \times 8$

$AG = 5$ (cm)　(答)

5

△BEPと△CGEにおいて，　←「折り返し」の型。

四角形ABCDは正方形であるから



$\angle PBE = \angle ECG = 90^\circ$　…… ①

$\angle PEG = 90^\circ$　…… ②

次に，△BEPの内角と外角の関係より

$\angle PEC = \angle EPB + \angle PBE$

$= \angle EPB + 90^\circ$　…… ③

また，②より

$\angle PEC = \angle GEC + \angle PEG$

$= \angle GEC + 90^\circ$　…… ④

③，④より

$\angle EPB = \angle GEC$　…… ⑤

よって，①，⑤より，2組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle BEP \backsim \triangle CGE$

相似な三角形の3辺の比は等しいから

$BE : EP : PB = CG : GE : EC$

$= 6 : 10 : 8$

$= 3 : 5 : 4$　← この形で表すのがポイント。

よって，正の数xを用いて

$$BE = 3x\ \mathrm{cm},\ EP = 5x\ \mathrm{cm},\ PB = 4x\ \mathrm{cm}$$

と表せるから

$$AB = AP + PB = EP + PB = 5x + 4x = 9x\,(\mathrm{cm})$$

$$BC = BE + EC = 3x + 8\,(\mathrm{cm})$$

ゆえに，AB＝BC より

$$9x = 3x + 8$$

$$x = \frac{4}{3}$$

であるから，求める正方形ABCDの１辺の長さは

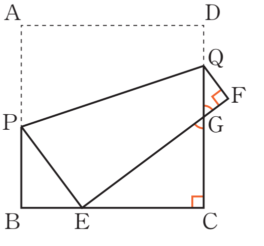
$$AB = 9 \times \frac{4}{3}$$

$$= 12\,(\mathrm{cm})$$ **（答）**

解説

△CGEと△FGQに着目して，次のように解くことができます。

△CGEと△FGQにおいて



$$\angle ECG = \angle QFG = 90^\circ$$

$$\angle CGE = \angle FGQ$$

より，２組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle CGE \backsim \triangle FGQ$$

相似な三角形の３辺の比は等しいから

$$FG : GQ : QF = CG : GE : EC = 3 : 5 : 4$$

より，正の数yを用いて

$$FG = 3y\ \mathrm{cm},\ GQ = 5y\ \mathrm{cm},\ QF = 4y\ \mathrm{cm}$$

よって

$$AD = EF = EG + GF = 10 + 3y\,(\mathrm{cm})$$

$$DC = DQ + QG + GC = FQ + QG + GC = 9y + 6\,(\mathrm{cm})$$

であるから，AD＝DCより

$$10 + 3y = 9y + 6$$

$$y = \frac{2}{3}$$

よって，求める正方形ABCDの１辺の長さは

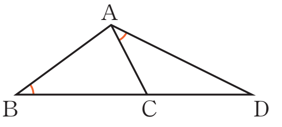
$$AD = 10 + 3 \times \frac{2}{3}$$

$$= 12\,(\mathrm{cm})$$ （答）

6

(1)　△CAD と△ABD において　←「裏返し」の型。

$\angle CDA = \angle ADB$ (共通)　…… ①



また，仮定より

$\angle DAC = \angle DBA$　…… ②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle CAD \backsim \triangle ABD$

この相似比は

$CA : AB = 6 : 9$

$= 2 : 3$

であるから，求める面積比は

$\triangle CAD : \triangle ABD = 2^2 : 3^2$　← 面積比は相似比の 2 乗に等しい。

$=$ **4 : 9　(答)**

(2)　(1)の結果より

$\triangle ABC : \triangle CAD = (\triangle ABD - \triangle CAD) : \triangle CAD$

$= (9 - 4) : 4$

$= 5 : 4$

また，線分比と面積比の関係より

$\triangle ABC : \triangle CAD = BC : CD$

が成り立つから，BC = 10 cm より

$5 : 4 = 10 : CD$

$5CD = 4 \times 10$

CD = 8 (cm)　(答)

解説

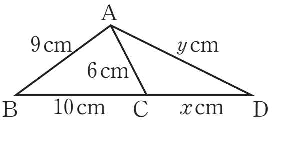
(2)　次のように解くこともできます。

(1)より，$\triangle CAD \backsim \triangle ABD$ であり，この 3 辺の比は等しいから

$CA : AD : DC = AB : BD : DA$

が成り立つ。ここで

$CD = x$ cm，$DA = y$ cm



とおくと

$6 : y : x = 9 : (10 + x) : y$

よって

$6 : y = 9 : (10 + x)$　より　$6(10 + x) = 9y$　…… ③

$6 : x = 9 : y$　より　$6y = 9x$　…… ④

が得られるから，③，④を連立させて解くと

$x = 8$，$y = 12$

すなわち，求める線分 CD の長さは

CD = 8 cm　(答)

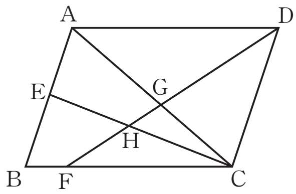
8 相似 添削問題 2

30分

「一貫標準」の問題です。

3 次の各問いに答えなさい。(配点　25)

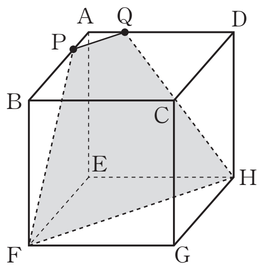
(1) 右の図の平行四辺形ABCDにおいて，点Eは辺ABの中点であり，点FはBF：FC＝1：4 をみたす点である。線分DFと線分CA，CEとの交点を，それぞれG，Hとする。



(i) DH：HFを最も簡単な整数の比で表しなさい。(7点)

(ii) △CGHの面積は△CDFの面積の何倍か，求めなさい。(6点)

(2) 右の図のように，1辺6cmの立方体ABCD−EFGHの辺AB上にAP＝2cmとなる点Pをとり，辺AD上にAQ＝2cmとなる点Qをとる。4点P，F，H，Qを通る平面で立方体ABCD−EFGHを切断し，2つの立体に分ける。



(i) 辺EAの延長と線分FPの延長との交点をOとするとき，線分OEの長さを求めなさい。(5点)

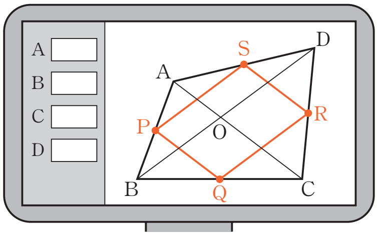
(ii) 2つに分かれる立体のうち，頂点Eをふくむ方の立体の体積を求めなさい。(7点)

「一貫標準」「一貫発展」共通の問題です。

4 小川さんと石川さんは，四角形ABCDの辺AB，BC，CD，DAの中点をそれぞれP，Q，R，Sとするときに成り立つ性質について，コンピュータを使って，下のような会話をしています。2人の会話を読んで，次の問いに答えなさい。

ただし，四角形ABCDはどの内角も180° 以下であるものを考えることにし，四角形ABCDの2本の対角線AC，BDの交点をOとする。

（配点　25）



小川さん：コンピュータの画面を見ると，四角形PQRSは平行四辺形になりそうだね。

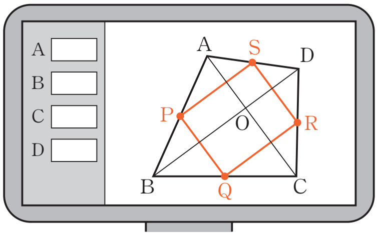
石川さん：このことをきちんと証明することはできるかな？
うーん…。

(1) 四角形PQRSが平行四辺形であることを証明しなさい。（7点）

小川さん：四角形PQRSは平行四辺形になることがわかったね。じゃあ，四角形ABCDの形をいろいろ変えて，四角形PQRSがどのように変化するか調べてみよう。

石川さん：あっ！　今，四角形PQRSが長方形になったみたい。

小川さん：本当だ。コンピュータの画面を止めるね。



石川さん：そうか。四角形PQRSは長方形になるとき，四角形ABCDの2本の対角線AC，BDは［ア］になるんだね。

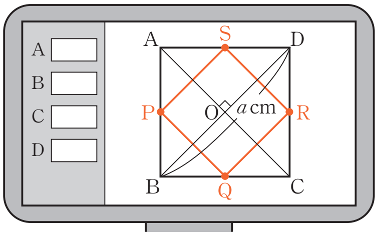
小川さん：そうだね。じゃあ，イ<u>四角形PQRSがひし形になる</u>ことってあるのかなぁ…。

石川さん：うーん…。

(2)(i)　［ア］にあてはまることばを書きなさい。（4点）

(ii)　下線部**イ**について，四角形PQRSがひし形になるとき，四角形ABCDはどのようになりますか。対角線AC，BDに関する条件で答えなさい。（5点）

小川さん：四角形ABCDが正方形になるとき，四角形PQRSも正方形になるね。2つの四角形の面積を調べてみよう。
石川さん：対角線AC，BDの長さをa cmとすると，四角形ABCDの面積は$\frac{a^2}{2}$ cm^{2}で，四角形PQRSの面積は$\frac{a^2}{4}$ cm^{2}だから，四角形PQRSの面積は四角形ABCDの面積のちょうど半分になるね。

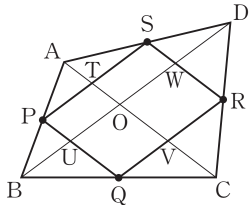


小川さん：これを一般化するとどうなんだろう？　つまり，四角形ABCDが正方形でないときでも，四角形PQRSの面積は四角形ABCDの面積のちょうど半分になるのかな？
石川さん：うーん…。

(3)　四角形ABCDが正方形でない場合においても

四角形PQRSの面積は四角形ABCDの面積のちょうど半分

といえますか。「正しい，正しくない」のいずれかに○をつけ，正しい場合は証明し，正しくない場合は理由を説明しなさい。必要ならば，右下の図を利用してもよい。（9点）



8 相似 添削問題 2

30分

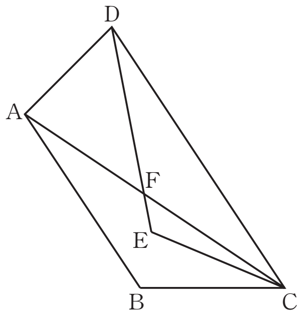
「一貫発展」の問題です。

3 次の各問いに答えなさい。(配点　25)

(1) 右の図において，△DECはAB//DCとなるように，△ABCを点Cを中心として回転移動したものであり，点Fは線分ACと線分DEの交点である。また，AB : CD = 2 : 3，△ACD : △ECF = 8 : 1である。

(i) △ABC : △ACDを最も簡単な整数の比で表しなさい。(4点)

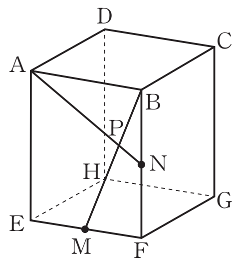
(ii) AF : FCを最も簡単な整数の比で表しなさい。(7点)



(2) 右の図のように，AB = 5 cm，AD = 4 cm，AE = 6 cmの直方体ABCD−EFGHがあり，辺EFの中点をMとし，辺BFの中点をNとする。また，線分ANと線分BMとの交点をPとする。

(i) BP : PMを最も簡単な整数の比で表しなさい。(6点)

(ii) 立体AMPDの体積を求めなさい。(8点)



会員番号

QRコードで個別管理しているため氏名の記入は不要です。

解 答 用 紙

禁無断転載　Z-KAI

この答案の添削有効期限は　　　　　です。

※解答は、濃く、はっきりとご記入ください。

2／2枚目
PMT3J1-S1D2

総得点　33 ／50

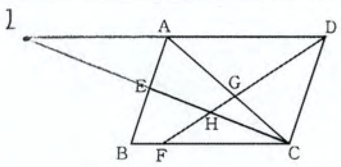
相似
添削問題 2

PMT3J1-S1C3

3　(1)(i)，(2)(ii)は答えだけでなく考え方も示すこと。(1)(ii)，(2)(i)は答えのみでよい。

1　7/7

(1)(i) 右のように点Iをとる。



$IA : BC = AE : BE$
$= 1 : 1$

$DH : HF = ID : FC$
$= 2BC : \frac{4}{5}BC$
$= 5 : 2$

(答) DH : HF = 5 : 2

平行線と比の関係を用いるときは，「IA//BCより」または「ID//FCより」と利用した平行線を示しましょう。

補助線をひいて，平行線と比の関係を利用することができましたね。

2　0/6

(ii) $\frac{63}{10}$ 倍

求める値は $\frac{\triangle CGH}{\triangle CDF} = \frac{GH}{DF}$ の値です。

3　5/5

(2)(i) OE = 9 cm

空間図形では，必要な平面を取り出して考えることがポイントです。よくできました。

4　7/7

(ii) 三角錐 O−EFH の体積は
$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6\right) \times 9 = 54\ (cm^3)$

三角錐 O−APQ の体積は
$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2\right) \times 3 = 2\ (cm^3)$

よって
$54 - 2 = 52\ (cm^3)$

(答) 52 cm^3

「相似な立体の体積比は，相似比の3乗に等しい」ことを利用して求めることもできます。ぜひ，やってみてください。

求める立体の体積を
(三角錐O-EFHの体積)
−(三角錐O-APQの体積)
と正しく計算できました。

数学

裏面につづく

▼解答が終わってから記入しましょう。

学年 1・2・3・卒／志望校 大学
解答時間 30 分

答案感想欄

混乱してきました…。
難しかったです。

難しかった問題［ 4 ］

添削者より

大問４で苦戦していたようですが，最後の問題までしっかりと取り組むことができましたね。(2)(ii)では，中点連結定理の辺についての条件を見逃していたようです。復習の際は，そこに注意して取り組んでみるとよいですよ。

添削者名 富田

PMT3J1-S1C4

4 (2)は答えのみでよい。(3)は答えだけでなく証明または理由も示すこと。

5
7/7

(1) △ABD について中点連結定理より

PS // BD …①

△BCD についても同様に

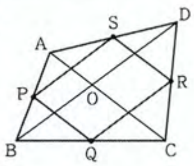
QR // BD …②

①，② より PS // QR …③

これと同様に PQ // SR …④

③，④ より，2組の対辺が平行なので

四角形 PQRS は平行四辺形である。



平行四辺形になるための条件を導くことができましたね。よくできていました。

7
0/5

(2)(i) 垂直 (ii)

(ii)では，中点連結定理より $PQ = \frac{1}{2}AC$ であることに着目し，辺の長さに関する条件を導きましょう。

8
3/9

(3) 正しい ・ 正しくない

+3

【証明または理由】

△OSP ≡ △ASP，△OPQ ≡ △BPQ，

△OQR ≡ △CQR，△ORS ≡ △DRS

よって

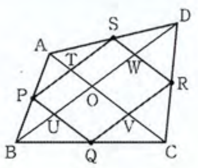
（四角形 PQRS）

= △OSP + △OPQ + △OQR + △ORS

$= \frac{1}{2}$（四角形 OSAP）$+ \frac{1}{2}$（四角形 OPBQ）

$+ \frac{1}{2}$（四角形 OQCR）$+ \frac{1}{2}$（四角形 ORDS）

$= \frac{1}{2}$（四角形 ABCD）



理由が誤っています。これら４組の三角形について，合同であることはいえません。「なんとなく」ではなく，図形をよく見て与えられた条件から導けるものを使って説明しましょう。

AT：TO＝1：1なので

$\triangle OSP = \frac{1}{2}$（四角形OSAP）

であることを利用し，証明することができます。「解説」を確認しておきましょう。