

Z会進学教室 葛西通信 2月号

葛西教室に通う本科生の皆さんは、以下の四点を心がけるようにしましょう。

- 1 進学塾に通う中学生としての自覚を持つこと。
- 2 信頼の土台となるあいさつをきちんとすること。
- 3 書くことを大切にし、ノートをしっかりとること。
- 4 自習室を上手に利用し、自分で考えてもわからないことは遠慮なく先生に質問すること。

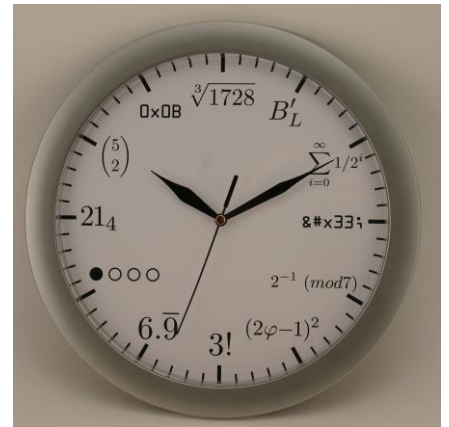
葛西教室より

葛西教室の先生の声をお伝えします。

「音楽と数学」

数学科 津田博之先生

私は、今年度から葛西教室で教えている。担当は数学である。数学担当の講師として、日ごろから「数学が実生活に役に立っているとは思えない。」だったり、「数学嫌い!」といった声をよく耳にする。たしかに、中学校で勉強している内容は現実の生活とはかけ離れている気がしないわけではない。たとえば、方程式の文章題で、2つの食塩水を混ぜて1kgの食塩水を作ってしまう問題や家族が別々の交通手段で同じ目的地に向かったりする速さの問題がある。私自身、「1kgも食塩水を作ってしまった、何に使うんだ!？」とか、「家族の仲はどうなっているんだろう」と感じてしまったりする。数学講師としては変わっているかもしれない。数学の問題のそういった現実離れしている部分が「何のためにこれを考えているのか」という気持ちを生んでしまう1つの原因になっているようにも思う。



ただ、意識されない部分も含めて、数学は実社会のさまざまな場面で活用されている。たとえば、最近よく話題にのぼる「ビッグデータ」には統計学が、さまざまな場面で使われている「暗号」には素数が使われていることが多い。そういったこともあり、数学を教える者として「数学を嫌いにはなってほしくない」という思いは強い。そこで、数学を身近に感じてもらえればと考え、趣味で聴く「音楽」と数学のかかわりについて触れてみたい。とはいえ、今はやりの音楽について書くわけでもないので、そういったことは期待しないでほしい。

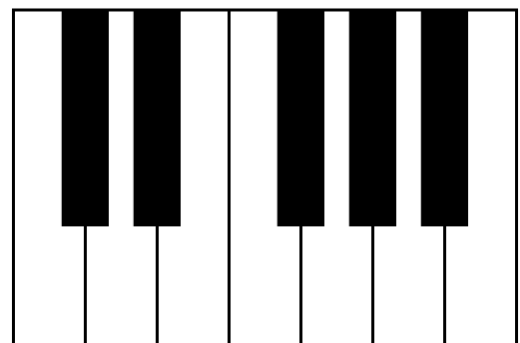
昨年の夏、「羊と鋼の物語」という映画を見た。宮下奈都さんの同名の小説が原作、山崎賢人さんが主演された映画である。「羊と鋼」というタイトルから、音楽がテーマとは想像していなかったが、宣伝でこの映画が「調律師」の話だと知り、興味がわいた。子どもころ、何度かピアノの調律を間近で見たことがある。その時の感動がよみがえってきたからである。また、たまたま「もうひとつのショパンコンクール〜ピアノ調律師たちの闘い」という調律師のドキュメンタリーをNHKで見ていた記憶も重なった。

タイトルの「羊と鋼」だが、「鋼」はピアノ線のことである。調律師の話と聞いて、そこは想像できた。しかし、「羊」が何を指すのかさっぱり謎だった。映画を見て分かったのだが、「羊」はフェルトを指している。弦を叩くピアノのハンマーはフェルトで出来ていて、フェルトは羊毛を圧縮して作られているそうである。こちらは全く気づかなかった。映画は、学校のピアノを調律する様子を見たきっかけから調律の世界に足を踏み入れた主人公が調律師として苦労しながら成長していく姿を描いたものだったが、そのお話は原作を読んでもらうなり、映画（すでにDVDが発売されている）を見てもらうとして、ここでは、調律にも関わる音律について考えてみたい。

すでに述べたように、子どものころ、私は自宅のピアノの調律の様子を見ていたことがある。調律を見たことがある人なら知っているかと思うが、ピアノの調律は1音、1音、正確な音（例えば音さで鳴る音）と合わせていくのではない（見るまでの私のイメージはこちらだった…）。まず基準となる音（中央のラの音）の高さを音さなどを使って合わせ、そのあとは、オクターブや和音を弾きながら、音階としてそれぞれの音を作っていく。その中で、たとえば、オクターブの調律で、素人の耳にもズレているのがわかる状態から、調律されて音が重なって1音として聞こえるように変わっていく様子は、かなりの驚きだった。それも、耳という自分の感覚だけでそれをこなしていく調律師を「すごいなあ」と思った。調律は、基準にする音の整数倍の音との差を利用して「うなり」の回数を数えながら、調整していつているらしい。それにしてもその耳の良さには感心してしまう。

このような調律の方法は、音同士の間が決まったルールがあるためにできる方法でもある。わかりやすい例を挙げてみよう。たとえば1オクターブ離れている音同士の周波数の比は2である。ピアノで1オクターブ低い音の鍵盤を音を鳴らさずに押さえたままにし、ダンパーペダルを踏むことなしに、オクターブ高い音の鍵盤をたたくと、鍵盤が元に戻ってもその音が鳴り続けて響かせることができる。これは最初に押さえた音の倍音が共鳴して鳴り続けるという物理現象を利用したものだが、これを知ったときにも驚きだった。ちなみに、ピアノだけではなく、さまざまな楽器で倍音は同時に鳴っていて、音の響きに関係しているらしい。

さて、ド・レ・ミ…の音階もまた一定のルールで決められている。1オクターブ高い音の周波数はもとの音の2倍になるので、その間をそれぞれの音ごとに均等に分けていくことになる。周波数のような数字を1列に並べると、まず浮かぶ規則性は隣同士の差が等しい（すなわち等差）であるが、ちょうど1オクターブが2倍と比になっていることもあって、それぞれの音の周波数は、隣同士の比が一定（すなわち等比）ということになる。白鍵、黒鍵合わせて12鍵あるため、1オクターブ間の2倍を12音で均一に分けることになる。やや難しい話になるが、隣同士の比を x とすれば、 x の12乗=2となればよい。これを計算すると、 $x=1.059\dots$ となる。このような音の決め方は「平均律」と呼ばれ、現在のピアノの調律はこれに沿って行われている。ここまでの話を読んでくると、「全然数学の話にならないじゃないか！！」という気持ちになってくるかもしれない。しかし、この音律、はじめて体系化したのは、なんとピタゴラスなのである。中学生にとっては「三平方の定理」で有名な、あのピタゴラスである。



ピタゴラスは「万物の根源は数である」として、さまざまな研究を行なっていて、右の絵のように、その一つが音楽だった。「ピタゴラス教団」という秘密結社があり、そこで語られた内容は門外不出であったというから、ピタゴラスはただ者の数学者ではなさそうだ。



ピタゴラスは、弦の長さを変えながら音を出してもととの音と調和する音を探った。もとの弦の長さの半分、すなわち2倍音が心地よく聞こえる（「協和する」という）ことを発見した。つまり「オクターブ」を決めたのもピタゴラスということになる。ピタゴラスはさらにもととの弦の長さの3分の1、すなわち3倍音が協和することも発見した。すでに分かっているオクターブは2倍音だから、2オクターブ高い音はもとの音の $2 \times 2 = 4$ で4倍の周波数で、3倍音ではない。したがって、この協和音はオクターブとは別物である。ただ、3倍音はオクターブを超えているので、基準となる音階を作るためには、1オクターブの中におさめる必要がある。この3倍の音が2倍音になっている（すなわち1オクターブ下の音）と音考えたのである。ちなみに、もともとの音を「ド（C）」とすれば、3倍音のオクターブ下の音は「ソ（G）」である。この作業をさらに3倍、3倍…と続け、1オクターブの中におさめていく（適当な回数2で割る）ことで、現在の12音が決められたという。なお、なぜ12音で終わるのかといえば、3の12乗=531,441が2の18乗=262,144のおよそ2倍（正確には2.027倍）がほぼ等しいために、ここで終わらせたことによる。なお、数学的にいえば、2と3はともに素数だから、お互いに適当な回数累乗しても同じ数になることはないのは当然である。

音楽に話を戻すと、ピタゴラス音律には「ド（C）」と「ミ（E）」の音の響きが悪くなってしまうなど欠点もあったようである。この問題は、「ミ（E）」は「ド（C）」の5倍音の2オクターブ下の音とすることで解消された。3倍音が協和するのであれば、2オクターブと3オクターブの間の5倍音も協和するはずという考えによる。この音律は「純正律」と呼ばれたが、隣同士の比をすべて等しくはできない問題点は「ピタゴラス音律」と同じく残ってしまった。そのため、ピタゴラス音律も純正律も転調が難しいという問題が残った。これらの問題を解消したのは、すでに述べた「平均律」である。ただ、現在の1オクターブ12音という基準が、ピタゴラスによって紀元前6世紀にすでに確立されていたというのは、歴史とはなんとも恐ろしいものである。

3倍音を考えていくというピタゴラスの方法は、ポピュラー音楽のコード進行にも原則にもなっているという。「ド（C）」の音から見ると、進行的にいきやすいのは3倍した「ソ（G）」あるいは3分の1倍した「ファ（F）」であるという。短調に切り替えても同じことがいえるという。ジャズのコード進行も同じ面があるようである。本当は「和音がなぜ心地よく聞こえるのか」という話まで考えてみたいと思っていたが、音楽が専門ではない私には自分自身で理解しきれなかったこと、すでにだいぶ字数も長くなってしまったことから、ここで終わりにしたいと思う。

かなりマニアックな話になってしまったが、数学がいろいろなことに関わっている一面は示せたように思う。勉強としての「数学」にはつらい部分もあるかもしれないが、それらにめげずに、「数学嫌い」にならずにいてほしい。

月	日	曜	受付時間	授業・テスト・模試など					保護者会・研究会など				
2	1	金	14 ~ 22	3年生のみ 2月度①									
	2	土	9 ~ 22										
	3	日	9 ~ 20		中1・中2 2月度①	2V 1月度 月例テスト	1V 1月度 月例テスト			6Vコース授業報告会 9:30~11:00			
	4	月	14 ~ 22										
	5	火	14 ~ 22										
	6	水	14 ~ 22										
	7	木			休室								
	8	金	14 ~ 22		3年生のみ 2月度②								
	9	土	9 ~ 22							新中1対象「Z会進学教室からの難関高校受験」 10:00~11:00			
	10	日	9 ~ 20		中1・中2 2月度②								
	11	月	9 ~ 22							10:00~12:00 1V 保護者会	14:00~16:00 2K 保護者会		
	12	火	14 ~ 22			千葉県立高校入試(前期)							
	13	水	14 ~ 22			千葉県立高校入試(前期)	国立大附属高校入試						
	14	木			休室								
	15	金	14 ~ 22		3年生のみ 2月度③								
	16	土	9 ~ 22										
	17	日	9 ~ 20		中1・中2 2月度③						全学年対象「高校入試研究会(東京都入門編)」 10:00~12:00		
	18	月	14 ~ 22										
	19	火	14 ~ 22										
	20	水	14 ~ 22										
	21	木			休室								
	22	金	14 ~ 22			東京都立高校入試(一般)							
	23	土	9 ~ 22										
	24	日	9 ~ 20	休講日		2V 2月度 実力テスト	2K 2月度 実力テスト	1V 2月度 実力テスト		11:00~12:00 春期・本科説明会			
	25	月	14 ~ 22	休講日									
	26	火	14 ~ 22	休講日									
	27	水	14 ~ 22	休講日									
	28	木		休室		千葉県立高校入試(後期)							
3	1	金	14 ~ 22	休講日									
	2	土	10 ~ 22	休講日						新中1対象「Z会進学教室からの難関高校受験」 11:00~12:00			
	3	日	10 ~ 20	新中2・中3年生 3月度①						11:00~12:00 春期・本科説明会			

Z会の教室
Z会進学教室 葛西教室

〒134-0084 江戸川区東葛西 6-2-3 第三須三ビル 6階 TEL03-5878-0844

受付時間 平日 14:00~22:00 日曜日・講習中 10:00~20:00

『葛西通信』の記事(バックナンバー)はWebからもご覧いただけます。

Z会 葛西 検索