【体験授業用教材】 M2JK

本科１期４月度

Ｚ会東大進学教室　【体験授業用教材（抜粋版）】

高２東大数学Ｋ

Contents

Lecture 0　Introduction

0.1　この講座について

高校 2 年生の本科 1 期（13 回）で，「図形と方程式」（数学 II）「ベクトル」（数学 B）「数列」（数学 B）「微分積分」（数学 II）を学習し，夏期 M2JK に継続します．

夏期 M2JK では，1 学期に扱い切れなかったいくつかの内容と，1 学期に学習した内容の発展演習を行います．

2 学期 M2JK は数学 IAIIB 総合演習をテーマ別に扱い，冬期 M2J，そして受験生本科 0 期に継続します．

テキストの演習問題は，基礎知識を確認し，効率よく応用につなげるためのものです．問題のレベルはやや高いですが，解説と配布解答を参考に，すべてマスターしてください．

0.2　授業について

0.2.1　予習

- 1 学期は予習不要です．その時間を復習や他教科の勉強に使ってください．
- 授業のペースが速すぎてしんどい，という人は，テキストや手持ちの参考書の要点部分，あるいは教科書を軽く読んできてもいいかもしれません．

0.2.2　授業

- 授業ではテキストをめいっぱい使います．テキストに書き込んでもらうことが多いので，忘れないようにしてください．

0.2.3　復習

- 授業は超スピードで進むので，復習をサボると大変なことになります．その日の復習はその日のうちに，が基本です．
- 受けっぱなしで数学が身につくことは，100 %絶対にあり得ません．自分の頭で理解し，自分の手で問題を解くしかありません．頑張りましょう．

Lecture 1　点と直線，放物線

1.1　2 点間の距離，内分点，外分点，重心

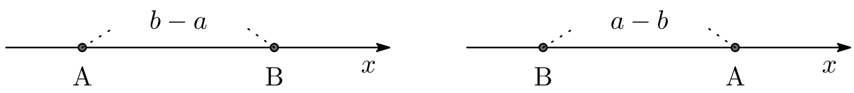
1.1.1　2 点間の距離

数直線上に点 P をとると，点 P と実数 p が 1 対 1 に対応する．この p を**座標**という．P(p) などと表す．

数直線上の 2 点 A(a)，B(b) の距離を考える．距離 AB は，

$$\begin{cases} \text{(I)} \quad a \leqq b \text{ のとき} \quad \mathrm{AB} = b - a \\ \text{(II)} \quad a \geqq b \text{ のとき} \quad \mathrm{AB} = a - b \end{cases}$$

(I)　$a \leqq b$ のとき　　　(II)　$a \geqq b$ のとき



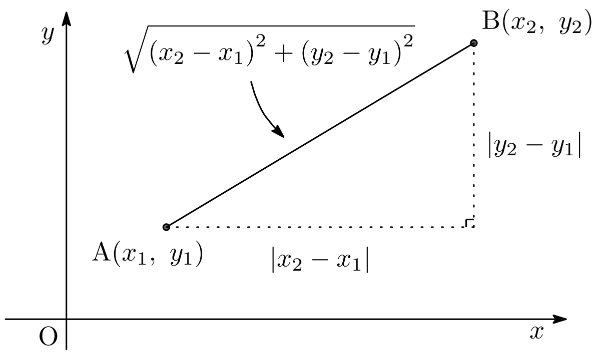
であるから，次が成り立つ．

数直線上の 2 点間の距離

2 点 A(a)，B(b) の距離 AB は

$$\mathrm{AB} = |b - a| \ (= |a - b|) .$$

座標平面上の 2 点 A(x_1, y_1)，B(x_2, y_2) の距離を考える．



座標平面上の 2 点間の距離

2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ の間の距離 AB は

$$\mathrm{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

とくに原点 O と点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$ の間の距離は

$$\mathrm{OA} = \sqrt{{x_1}^2 + {y_1}^2}.$$

例 1.1

2 点 A(2, 1)，B(3, 4) の間の距離は

$$\mathrm{AB} = \sqrt{(3-2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}.$$

1.1.2 数直線上の内分点，外分点

定義

点 P が線分 AB 上にあって，

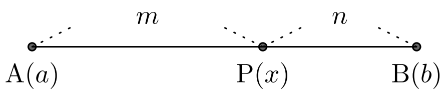
$$\mathrm{AP} : \mathrm{PB} = m : n \quad (m > 0,\ n > 0)$$

であるとき，点 P は「線分 AB を $m : n$ の比に**内分する**」といい，点 P を「**内分点**」という．
点 Q が線分 AB の延長線上にあって，

$$\mathrm{AQ} : \mathrm{QB} = m : n \quad (m > 0,\ n > 0,\ m \neq n)$$

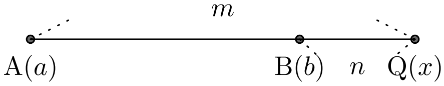
であるとき，点 Q は「線分 AB を $m : n$ の比に**外分する**」といい，点 Q を「**外分点**」という．

内分点

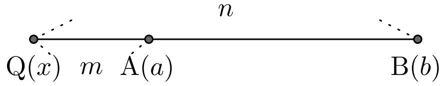


外分点

(I) $0 < n < m$



(II) $0 < m < n$



次が成り立つ．

数直線上の 2 点を結ぶ線分の内分点

数直線上の 2 点 A(a)，B(b) について，線分 AB を $m:n$ に内分する点を P(x) とすると，

$$x = \frac{na+mb}{m+n}.$$

とくに線分 AB の中点の座標は

$$x = \frac{a+b}{2}.$$

証明 1.2

数直線上の 2 点 A(a)，B(b) について，線分 AB を $m:n$ に内分する点を P(x) とする．

(i) $a<b$ のとき．

$a<x<b$ であるから，

$$\mathrm{AP} = x-a, \quad \mathrm{PB} = b-x$$

AP : PB $= m:n$ より，

$$\begin{aligned} (x-a):(b-x) &= m:n \\ n(x-a) &= m(b-x) \\ (m+n)x &= na+mb. \end{aligned}$$

ゆえに

$$x = \frac{na+mb}{m+n}. \quad \cdots (*)$$

(ii) $a>b$ のとき．

同様にして $(*)$ が導かれる（各自確認してみよ）．

とくに P が線分 AB の中点であるとき，$m=n$ であるから

$$x = \frac{a+b}{2}$$

となる． **〔証明終〕**

さらに，次が成り立つ．

数直線上の 2 点を結ぶ線分の外分点

数直線上の 2 点 A(a)，B(b) について，線分 AB を $m:n$ に外分する点を Q(x) とすると，

$$x = \frac{-na+mb}{m-n} \left(= \frac{na-mb}{-m+n}\right).$$

証明 1.3

数直線上の 2 点 A(a)，B(b) について， $a<b$ としても一般性を失わない．線分 AB を $m:n$ に外分する点を Q(x) とする．

(i) $0<n<m$ のとき．

$a<b<x$ であるから，

$$\mathrm{AQ}=x-a,\quad \mathrm{QB}=x-b.$$

$\mathrm{AQ}:\mathrm{QB}=m:n$ より，

$$\begin{aligned}(x-a):(x-b)&=m:n\\ n(x-a)&=m(x-b)\\ (m-n)x&=-na+mb\end{aligned}$$

ゆえに

$$x=\frac{-na+mb}{m-n}.\quad \cdots(\#)$$

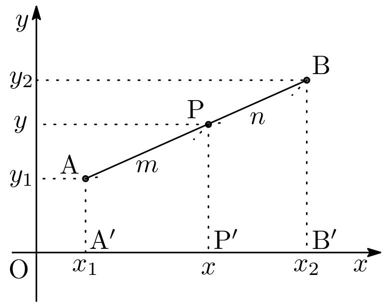
(ii) $0<m<n$ のとき．

同様にして (#) が導かれる（各自確認してみよ）．

また $a>b$ としても同じ式が導かれる． **〔証明終〕**

1.1.3 座標平面上の内分点，外分点

次に，座標平面上の 2 点 A(x_1, y_1)，B(x_2, y_2) の内分点，外分点を考える．



(i) 直線 AB が x 軸に垂直でないとき，A，B，P から x 軸に下ろした垂線の足をそれぞれ A′，B′，P′ とすると，点 P′ は線分 A′B′ を $m:n$ の比に内分する．

よって点 P の x 座標は，数直線上の内分点の公式より

$$x=\frac{nx_1+mx_2}{m+n}.$$

(ii) 直線 AB が x 軸に垂直のときも，$x=x_1=x_2$ であるから上式は成り立つ．

P の y 座標についても同様に

$$y = \frac{ny_1 + my_2}{m+n}$$

が成り立つ．

また，外分点の座標についても，同様に考えて求めることができる．以上より次が成り立つ．

座標平面上の内分点，外分点の座標

座標平面上の 2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ に対して，線分 AB を $m:n$ に内分する点の座標は

$$\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n},\ \frac{ny_1 + my_2}{m+n}\right).$$

とくに線分 AB の中点の座標は

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2},\ \frac{y_1 + y_2}{2}\right).$$

また，線分 AB を $m:n$ に外分する点の座標は

$$\left(\frac{-nx_1 + mx_2}{m-n},\ \frac{-ny_1 + my_2}{m-n}\right).$$

例 1.4

2 点 $\mathrm{A}(2,\ 1)$，$\mathrm{B}(5,\ 4)$ に対して，線分 AB を $2:1$ の比に内分する点 P は，

$$\mathrm{P}\left(\frac{1\cdot 2 + 2\cdot 5}{2+1},\ \frac{1\cdot 1 + 2\cdot 4}{2+1}\right) \quad \text{より} \quad \mathrm{P}\,(4,\ 3)$$

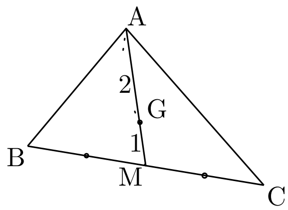
である．また線分 AB の中点 M は

$$\mathrm{M}\left(\frac{2+5}{2},\ \frac{1+4}{2}\right) \quad \text{より} \quad \mathrm{M}\left(\frac{7}{2},\ \frac{5}{2}\right)$$

である．さらに線分 AB を $2:1$ の比に外分する点 Q は

$$\mathrm{Q}\left(\frac{-1\cdot 2 + 2\cdot 5}{2-1},\ \frac{-1\cdot 1 + 2\cdot 4}{2-1}\right) \quad \text{より} \quad \mathrm{Q}\,(8,\ 7)\,.$$

1.1.4 3 角形の重心の座標



3 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$，$\mathrm{C}(x_3,\ y_3)$ を頂点とする 3 角形の重心 G の座標を求める．

辺 BC の中点を M とすると

$$\mathrm{M}\left(\frac{x_2 + x_3}{2},\ \frac{y_2 + y_3}{2}\right).$$

重心 G は線分 AM を $2:1$ の比に内分するから，その x 座標は

$$x = \frac{1\cdot x_1 + 2\cdot \dfrac{x_2 + x_3}{2}}{2+1} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}.$$

y 座標についても同様に

$$y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

である．

以上より，次が成り立つ．

3 角形の重心の座標

3 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$，$\mathrm{C}(x_3,\ y_3)$ を頂点とする 3 角形の重心 G の座標は

$$\mathrm{G}\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3},\ \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

例 1.5

3 点 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$，$\mathrm{B}\bigl(1,\ 2\sqrt{3}\bigr)$，$\mathrm{C}\bigl(2,\ \sqrt{3}\bigr)$ に対して，3 角形 ABC の重心 G の座標を求めると，$\left(\dfrac{-1+1+2}{3},\ \dfrac{0+2\sqrt{3}+\sqrt{3}}{3}\right)$ より $\mathrm{G}\Bigl(\dfrac{2}{3},\ \sqrt{3}\Bigr)$．

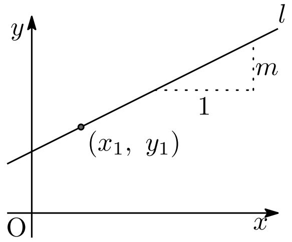
1.2 直線の方程式

x，y の方程式をみたす点 $(x,\ y)$ 全体からできる図形のことを，**方程式の表す図形**といい，その方程式を**図形の方程式**という．

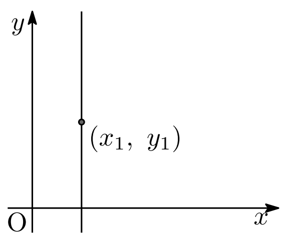
1.2.1 1 点を通る直線の方程式

点 $(x_1,\ y_1)$ を通る直線 l の方程式を考える．

(i) l が x 軸と垂直でないとき．



(ii) l が x 軸と垂直のとき．



(i) l が x 軸と垂直でないとき．

l の傾きを m とすると，l の方程式は n を定数として

$$y = mx + n$$

と表すことができ，これが点 $(x_1,\ y_1)$ を通るから

$$y_1 = mx_1 + n.$$

辺ごとに引いて n を消去すると，

$$l\ :\ y - y_1 = m(x - x_1)$$

となる．これが求める直線の方程式である．

(ii)　l が x 軸に垂直のとき．

l の方程式は

$$x = x_1.$$

である．

以上より，次が成り立つ．

1 点を通る直線の方程式

点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾き m の直線の方程式は

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，x 軸に垂直な直線の方程式は

$$x = x_1$$

例 1.6

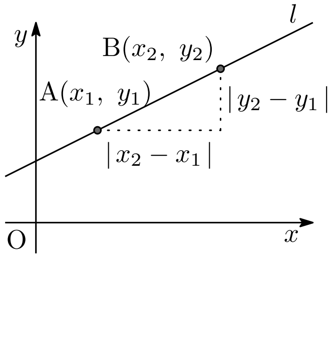
点 (1, 2) を通り，傾き 2 の直線の方程式は

$$y - 2 = 2(x - 1) \qquad \therefore \quad y = 2x.$$

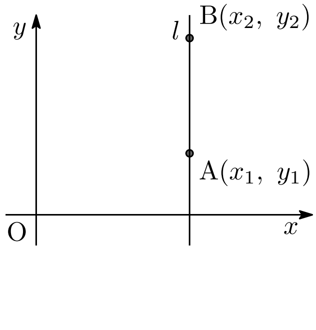
1.2.2　異なる 2 点を通る直線の方程式

2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ を通る直線 l の方程式を考える．

(i)　$x_1 \neq x_2$ のとき．



(ii)　$x_1 = x_2$ のとき．



(i) $x_1 \neq x_2$ のとき．
直線 AB の傾きは

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

であり，点 $(x_1,\ y_1)$ を通るから，

$$l\ :\ y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)\,.$$

(ii) $x_1 = x_2$ のとき．
直線 AB は x 軸に垂直であるから，その方程式は

$$x = x_1.$$

以上より，次が成り立つ．

2 点を通る直線の方程式

2 点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$ を通る直線 l の方程式は

$$x_1 \neq x_2 \text{ のとき} \quad l\ :\ y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)$$

$$x_1 = x_2 \text{ のとき} \quad l\ :\ x = x_1$$

例 1.7

2 点 $(1,\ 2)$，$(2,\ 4)$ を通る直線の方程式は，傾き $\dfrac{4-2}{2-1} = 2$ より

$$y - 2 = 2(x - 1) \qquad \therefore \quad y = 2x$$

である．

1.2.3 x，y の 1 次式の表す図形

x，y の 1 次式の表す図形について考える．

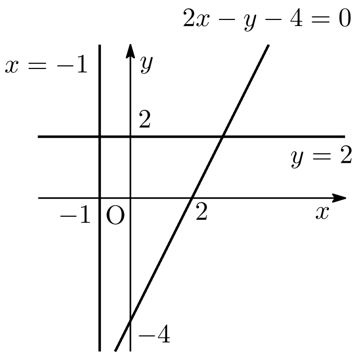
例 1.8

(1) $2x - y - 4 = 0$ の表す図形．
この方程式を y について解くと

$$y = 2x - 4$$

これは傾き 2，y 切片 -4 の直線である．

(2) $y = 2$ の表す図形．
点 $(0,\ 2)$ を通り，y 軸に垂直な直線である．



(3) $x=-1$ の表す図形.

点 $(-1,\ 0)$ を通り，x 軸に垂直な直線である.

次が成り立つ.

直線の方程式

x，y の 1 次方程式 $ax+by+c=0\ \ (a^2+b^2 \neq 0)$ は，

$$b \neq 0 \text{ のとき}\quad \text{傾き } -\frac{a}{b} \text{ の直線 } y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$
$$b=0 \text{ のとき}\quad x \text{ 軸に垂直な直線 } x=-\frac{c}{a}$$

を表す.

また明らかに，座標平面上のすべての直線は，

$$ax+by+c=0 \quad (a^2+b^2 \neq 0)$$

の形の 1 次方程式で表される.

1.2.4 2 直線の平行，垂直

次が成り立つ.

平行条件，垂直条件 (1)

2 直線 $l_1\ :\ y=m_1x+n_1$，$l_2\ :\ y=m_2x+n_2$ に対して，

$$l_1 \parallel l_2 \quad\Longleftrightarrow\quad m_1=m_2,$$
$$l_1 \perp l_2 \quad\Longleftrightarrow\quad m_1m_2=-1.$$

また，次が成り立つ.

平行条件，垂直条件 (2)

また，2 直線 $l_1\ :\ a_1x+b_1y+c_1=0$，$l_2\ :\ a_2x+b_2y+c_2=0$ に対して，

$$l_1 \parallel l_2 \quad\Longleftrightarrow\quad a_1b_2-a_2b_1=0,$$
$$l_1 \perp l_2 \quad\Longleftrightarrow\quad a_1a_2+b_1b_2=0.$$

2 直線が一致するときも平行と考える.

1.2.5 共有点と連立方程式

一般に，2 曲線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ の共有点の x 座標は，方程式

$$f(x)=g(x)$$

の実数解として得られる．

とくに直線 $l\ :\ y=mx+n$ と 放物線 $C\ :\ y=ax^2+b'x+c'$ の共有点の x 座標は，方程式

$$ax^2+b'x+c'=mx+n$$

の実数解として得られる．これを整理すると

$$ax^2+bx+c=0\ (b=b'-m,\ c=c'-n)$$

となるから，この方程式の判別式 $D=b^2-4ac$ を用いて，l と C の共有点の個数を調べることができる．

例 1.9

放物線 $y=x^2-4x+5$ と，直線 $y=2x+a$ が，異なる 2 つの共有点をもつような実数 a の値の範囲を求める．

2 つの方程式を連立して

$$x^2-4x+5=2x+a$$

この 2 次方程式が異なる 2 つの実数解をもつような a の値の範囲を求めればよい．

整理して $x^2-6x+5-a=0$．判別式を D とすると

$$D/4=(-3)^2-(5-a)=a+4>0.$$

よって求める a の値の範囲は

$$a>-4.$$

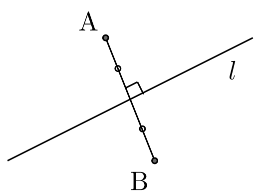
1.2.6 直線に関して対称な点

次が成り立つ．

2 点 A，B が直線に関して対称であるための必要十分条件

2 点 A，B が直線 l に関して対称であることと，次の 2 つが成り立つことは同値である．

$$\begin{cases} \text{AB の中点が } l \text{ 上にある} & \cdots ① \\ \text{AB} \perp l & \cdots ② \end{cases}$$



例 1.10

直線

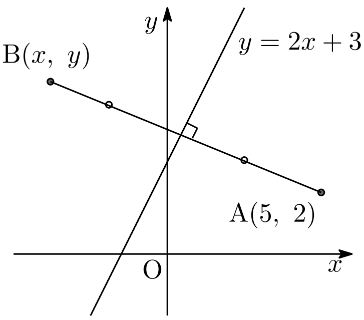
$$l \ : \ y = 2x + 3$$

に関して，点 A(5, 2) と対称な点の座標を求める.

l に関して A と対称な点を B$(x,\ y)$ とすると，

(i)　AB $\perp l$　かつ　(ii)　AB の中点が l 上

である.



(i) AB の中点の座標は $\left(\dfrac{x+5}{2},\ \dfrac{y+2}{2}\right)$ であり，これが直線 l 上にあるから，l の方程式に代入して

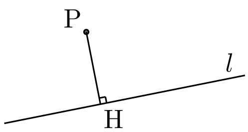
$$\frac{y+2}{2} = 2\left(\frac{x+5}{2}\right) + 3$$
$$y+2 = 2(x+5)+6$$
$$2x - y = -14 \quad \cdots ①$$

(ii) AB の傾きは $\dfrac{y-2}{x-5}$ であるから， AB $\perp l$ より

$$\frac{y-2}{x-5}\cdot 2 = -1$$
$$2(y-2) = -(x-5)$$
$$x + 2y = 9 \quad \cdots ②$$

①，② を連立して解くことにより，求める点の座標は $\left(-\dfrac{19}{5},\ \dfrac{32}{5}\right)$.

1.3　点と直線の距離



点 P から直線 l に下ろした垂線の足を H とすると，点 P と直線 l の距離は，線分 PH の長さである.

次が成り立つ.

点と直線の距離

点 P$(p,\ q)$ と直線 $ax+by+c=0$ との距離 d は

$$d=\frac{|ap+bq+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

とくに原点 O と l との距離は

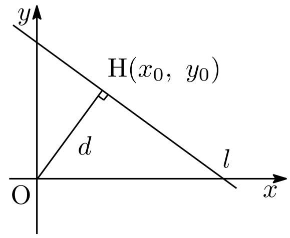
$$d=\frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

証明 1.11

まず，原点 O と直線

$$l\ :\ ax+by+c=0 \quad \cdots ①$$

との距離を d とする．



O から l に垂線 OH を下ろすと，直線 OH は原点を通り，l に垂直な直線である．その方程式は

$$bx-ay=0 \quad \cdots ②$$

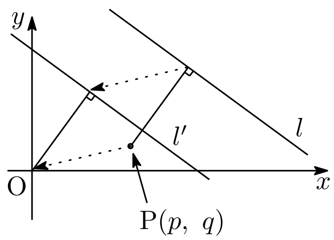
H の座標を $(x_0,\ y_0)$ とすると，H は 2 直線①，②の交点であるから，連立して解くと

$$x_0=-\frac{ac}{a^2+b^2},\quad y_0=-\frac{bc}{a^2+b^2}$$

ゆえに，O と l との距離 d は，O と H の距離に等しいから，

$$d=\sqrt{{x_0}^2+{y_0}^2}=\sqrt{\frac{c^2\left(a^2+b^2\right)}{\left(a^2+b^2\right)^2}}=\frac{\sqrt{c^2}}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}. \quad \cdots (*)$$

ここで，点 P$(p,\ q)$ と，直線 l の距離を d とする．点 P と直線 l を x 軸方向に $-p$，y 軸方向に $-q$ だけ平行移動すると，P は原点 O に，l はそれと平行な直線 l' に移る．l' の方程式は，



$$a\{x-(-p)\}+b\{y-(-q)\}+c=0$$

すなわち

$$l'\ :\ ax+by+(ap+bq+c)=0$$

となる．

平行移動しても距離は変わらないから，P と l との距離 d は，原点 O と l' との距離に等しい．

よって $(*)$ で c を $ap+bq+c$ で置き換えて，

$$d=\frac{|ap+bq+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

以上より示された．　　　**〔証明終〕**

ベクトルを学習すると，よりわかりやすく簡潔な証明を知ることになる．

例 1.12

原点と直線 $l\ :\ x+2y-3=0$ との距離 d は

$$d=\frac{|-3|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{3}{\sqrt{5}}.$$

また，点 $\mathrm{P}(1,\ 4)$ と直線 $l\ :\ 2x-3y+1=0$ との距離 d は

$$d=\frac{|2\cdot 1-3\cdot 4+1|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\frac{|-9|}{\sqrt{13}}=\frac{9}{\sqrt{13}}.$$

例題 1 − 1

放物線 $C : y = 2x^2 - 4x + 3$ について，次の問いに答えよ．

(1) 直線 $l_1 : y = 4x - 5$ が C に接することを示せ．

(2) 直線 $l_2 : y = kx + 1$ が C に接するような，定数 k の値を求めよ．

解答・解説

(1) C の方程式と l_1 の方程式を連立して

$$2x^2 - 4x + 3 = 4x - 5.$$

整理して，

$$2x^2 - 8x + 8 = 0.$$

判別式を D_1 として

$$\frac{D_1}{4} = (-4)^2 - 2 \cdot 8 = 0.$$

よって C と l_1 は接する．　　**〔証明終〕**

(2) C の方程式と l_2 の方程式を連立して

$$2x^2 - 4x + 3 = kx + 1$$
$$2x^2 - (4 + k)x + 2 = 0.$$

判別式を D_2 とすると

$$D_2 = (4 + k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 0.$$
$$\therefore \quad 4 + k = \pm 4$$

よって求める k の値は

$$k = 0,\ -8. \qquad (\textbf{答})$$

例題 1 − 2

点 P$(2,\ -1)$ と，直線 $l: 2x-y-1=0$ に関して，次の問いに答えよ．

(1) 点 Q$(1,\ 2)$ に関して，点 P と対称な点 R の座標を求めよ．

(2) 直線 l に関して，点 P と対称な点 S の座標を求めよ．

解答・解説

(1) 線分 PR の中点が Q であるから，R$(a,\ b)$ として

$$\frac{2+a}{2}=1,\quad \frac{-1+b}{2}=2.$$

これを解いて $a=0$，$b=5$．よって求める座標は

$$\mathrm{R}(0,\ 5).\qquad \textbf{(答)}$$

(2) S$(p,\ q)$ とおく．まず，線分 PS の中点 $\left(\dfrac{2+p}{2},\ \dfrac{-1+q}{2}\right)$ が l 上にあるから，

$$2\left(\frac{2+p}{2}\right)-\left(\frac{-1+q}{2}\right)-1=0.$$
$$\therefore\quad 2p-q=-3.\quad \cdots ①$$

次に，直線 l の傾きは 2 であるから，線分 PS の傾きは

$$\frac{q+1}{p-2}=-\frac{1}{2}.$$
$$\therefore\quad p+2q=0.\quad \cdots ②$$

①，② を連立して解くと

$$p=-\frac{6}{5},\quad q=\frac{3}{5}.$$

よって求める座標は

$$\mathrm{S}\left(-\frac{6}{5},\ \frac{3}{5}\right).\qquad \textbf{(答)}$$

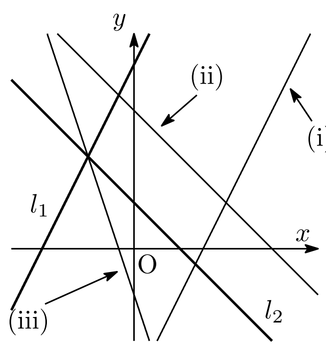
例題 1 − 3

3 直線

$$l_1 \ :\ 2x - y + 4 = 0$$
$$l_2 \ :\ x + y - 1 = 0$$
$$l_3 \ :\ (a+6)x + ay + 3 = 0$$

が，3 角形を作らないような a の値を求めよ．

解答・解説



3 直線 l_1，l_2，l_3 が 3 角形を作らないのは

(i) $l_1 \mathbin{/\!/} l_3$ のとき．
(ii) $l_2 \mathbin{/\!/} l_3$ のとき．
(iii) l_3 が l_1 と l_2 の交点を通るとき．

の 3 通りである．

(i) のとき．

$$(a+6)(-1) - a \cdot 2 = 0$$

これを解いて　$a = -2$.

(ii) のとき．

$$(a+6) \cdot 1 - a \cdot 1 = 0$$

これをみたす a は存在しない．

(iii) のとき．

l_1，l_2 の交点を求めると，$(-1,\ 2)$．l_3 がこの点を通るから，l_3 の方程式に代入して

$$(a+6) \cdot (-1) + a \cdot 2 + 3 = 0$$

これを解いて　$a = 3$.

以上より，求める a の値は　$a = -2,\ 3$.　　**(答)**

演習問題 1 − 1

$\boxed{1}$ 2 点 P(4, 4)，Q(−2, −5) に対して，次を求めよ．

(1) 線分 PQ の長さ． (2) PQ を 5 : 1 に内分する点 S．

(3) QP を 1 : 7 に外分する点 T．

$\boxed{2}$ 座標平面上の 3 点 O(0, 0)，A(1, 2)，B(−2, 1) に関して，次の各点の座標を求めよ．

(1) 3 角形 OAB の重心 G．

(2) 3 角形 OAB の外心 K．

(3) 3 角形 OAB の内心 I．

$\boxed{3}$ 直線 $l : y = 2x$ に対して，点 A(3, 6)，B(3, 7) がそれぞれ l 上にあるかどうか，理由とともに答えよ．

$\boxed{4}$ 直線 $l : x - y = 4$ に関して点 P(3, 2) と対称な点 Q の座標を求めよ．

$\boxed{5}$ $l : x + y = 3$ 上の点 P と，$m : 3x + 4y + 5 = 0$ の距離が 3 であるとき，点 P の座標を求めよ．

演習問題 1 − 2

$\boxed{1}$　2 曲線

$$C_1 \ : \ y = x^2 + 6x + 6, \quad C_2 \ : \ y = x^2 - 2x + 6$$

の両方に接する直線の方程式を求めよ.

$\boxed{2}$　放物線 $C \ : \ y = x^2 - 4x + 9$ が直線 $l \ : \ y = 5x + 12$ から切り取る線分の長さを求めよ.

演習問題 1 − 3

放物線 $P : y = x^2$ 上に 2 点 A，B があり，それぞれの x 座標は a，$a + 3$ である．A，B における放物線 P の接線をそれぞれ l_{A}，l_{B} とする．次の問いに答えよ．

(1) l_{A}，l_{B} の交点 C の座標を a で表せ．

(2) 3 角形 ABC の面積を求めよ．

体験授業をご受講いただく皆さんへ

体験授業をお申し込みいただきありがとうございます。
Z会の教室の授業は、学力を効果的に上げていくためのカリキュラム・内容となっております。
次回以降もぜひ継続して受講することをおすすめします。

《体験授業後の流れ》

お申し込み方法

引き続き継続して受講される場合は、各教室窓口・お電話でお申し込みが可能です。
※体験授業終了直後に窓口で申し込んでお帰りになることもできます。
※認定が必要な講座をご希望の方はテストを受験していただく場合があります。
※予習が必要な講座は次回までの予習がありますので、余裕を持ってお申し込みください。
※本科授業は、「**クラス授業**」「**映像授業**」が選べます。
※映像授業の体験も承ります。一部の講座では映像授業のご用意がありません。予めご了承ください。

通話料無料 **0120-2828-76** 月曜日～土曜日 12:00～20:00（休室日を除く）

各教室電話番号
月曜日～土曜日
14:00～21:00
（休室日を除く）

御茶ノ水教室	03-5296-2828	池袋教室	03-5985-2828
渋谷教室	03-5774-2828	横浜教室	045-313-2828
新宿教室	03-5304-2828	葛西教室	03-5878-0844

お申し込み後の流れ

お申し込みから1週間以内に手続書類（入会書類、お支払いについて、会員証など）をお送りします。
※受講料のお支払い期日が次回授業よりも後の場合でも、次回授業へのご参加は可能です。
※体験授業後にご受講いただく場合、「Z会の教室」では「月度」単位で受講料を請求させていただいているため、体験授業分も受講料をご請求する場合があります。くわしくは教室スタッフまでお問い合わせください。

➡

お申し込み後、テキストを各教室窓口にてお受け取りください。

※葛西教室にて高1・高2講座・受験講座、
Z会進学教室大学受験部立川教室にて高1・高2・受験生講座を開講しております。

講座選択に迷ったら…

学習相談は随時承っています。お電話でのご相談も可能です。
受講に際して不明点、不安な点がある方は、各教室の窓口、または上記番号までお気軽にお問い合わせください。

Z会の教室の受講サポート　―万全のシステムで効果的な学習をサポートします―

1. 講師への質問

授業前後の時間や休み時間を利用して、担当講師に直接質問をすることができます。
疑問点をそのままにすることなく、その場で解消することができます。

2. 振替受講

本科のクラス授業で欠席する回の授業を、同一週・同一講座の他のクラスで振替受講することができます。
他教室への振替、映像授業（教室・自宅での受講）への振替も可能です。前日までに各教室窓口、お電話にてお申し出下さい。

※振替手続は一週前の月曜から可能です。

3. 進路・学習・入試相談

各教室の学習アドバイザーが皆さんのご相談を随時承っています。

4. 自習室

本科生の方は休室日を除いて、全教室の自習室をいつでもご利用いただけます。