【体験授業用教材】

M3JSB/M3JB/M3TB

本科２期９月度１回目

Ｚ会東大進学教室【体験授業用教材（抜粋版）】

選抜東大文系数学
東大文系数学
難関大文系数学T

目　次

はじめに …… 2
14章　代数（1） …… 4
15章　代数（2） …… 10
16章　代数（3） …… 16
17章　代数（4） …… 22
18章　解析（1） …… 28
19章　解析（2） …… 34
20章　解析（3） …… 40
21章　解析（4） …… 46
22章　解析（5） …… 52
23章　図形（1） …… 58
24章　図形（2） …… 64
25章　図形（3） …… 70
26章　図形（4） …… 76

はじめに

1．　Z会の教室　数学の指導方針

数学で他の人より一歩先にいくには

はじめて見たタイプの問題に対応できる力

が必要不可欠です。しかし，この力は，一朝一夕で身につけることはできず，勉強の仕方を間違うと思うように力がつきません。

そこで，数学科では，この力を養成するために，授業において，問題を数多く解くことに重点をおかず，演習価値の高い良質な問題を一問一問丁寧に解説し，「なぜそうなるのか」がわかることに重点をおいた指導を行います。さらに，一つの問題を様々な角度から考えるので，考え方の視野が広がっていくのも特徴です。なお，公式・定理などの重要事項についても場面に応じてわかりやすく解説することで，知識面の対策も行っていきます。

また，添削課題を通して，繰り返し答案作りを行うことで，自分の考えたことを採点者に正確に伝える力，いわゆる「記述力」も身につけていきます。

2．　授業について

予習

授業は，時間が限られています。その時間を最大限有効に活かすよう準備をしておきましょう。事前に「問題」に取り組んで解答を作成して授業に臨んでください。

授業内

授業は答え合わせの場ではありません。自身の解答と先生が示す正解が違うとき，どうしてそうなったのかを考える姿勢をつねにもち，授業に臨んでください。また，講義を集中して聞くことはもちろんですが，きちんとノートも取りましょう。そのとき，ただ正解を書き写すだけでなく，後の復習に役立つように，先生が示したポイントなども書き込んでおきましょう。

復習

授業で学習したことをきちんと定着させるためにも復習は欠かせません。おすすめの復習は，授業で扱った問題を解き直してみることです。着眼のポイントや方針の立て方等思い出しながら，実際に手を動かしてみましょう。さらに，余力がある人は授業で扱わなかった問題も解いてみましょう。

添削課題

最低限身につけておきたいという問題で構成されていますので，復習が追いつかないというときでも，この添削課題には，かかさず取り組みましょう。添削が返却されたら，間違えた箇所はなぜこの解答に至るのかという過程と照らし合わせて見直し，同じタイプの問題が次回出

題された時に正解が導けるようにしておきましょう。

３．　テキストの構成

●要点

公式や定理の紹介や例題などで構成されています。授業前に目を通しておきましょう。

※　要点は章ごとに必ずあるわけではありません。

●問題

授業を行うときに中心に扱うコーナーです。次の２つのパートに分かれています。

演習：授業のほとんどは，このパートにある問題の演習と解説を行います。

自習：補充問題です。自宅で復習用として練習してください。

※　自習の問題は章ごとに必ずあるわけではありません。

●添削課題

添削課題の取り組み方については，スタッフ･講師からの指示もしくは受講マニュアルに従ってください。

●問題のレベルについて

Ｚ会の教室のテキストでは，問題のレベルを★の個数によって３段階で表します。

★：基礎　　★★：標準　　★★★：応用（発展）

なお，☆は選抜講座専用問題となっています。

※映像授業をご受講の皆様

・映像授業では予習不要です。映像で問題演習の指示が出たら，映像を停止して問題に取り組みましょう。

・授業をご受講いただく前に，各講座のオリエンテーション映像をご覧ください。

１４章　代数（1）

要点

■ポイント

▼ 整数問題の基本は『**積 = 定数**』.

▼ **除法の原理**. 整数 a を正整数 b で割って商が q, 余りが r ならば

$$a = bq + r \quad 0 \leqq r < b$$

が成り立つ. 特に余りが 0 となるとき,「a は b で割り切れる」と言われる. これを用いて不定方程式を解くことが多い.

▼ **偶奇, より一般に, ある正の整数で割った余りに着目する.**

任意の整数は, ある正整数 n で割るとき, 余りは $0, 1, 2, \cdots, n-1$ のいずれかである. 従って, 整数は無限個あっても, その全体は n 個 (有限個) のグループに分割される. その結果, 有限回の場合分けで, 整数全体を扱うことができる.

▼ **互いに素**. 2 つの整数 a と b の最大公約数が 1 であるとき,

a と b は互いに素である

と言われる. このとき, 整数 x, y について次が成り立つ

$ax = by$ ならば, x は b の, y は a の倍数である.

▼ **合同式**. 正整数 m を固定する. 2 つの整数 a, b について, その差が m の倍数のとき,

a と b は m を法 (module) として合同である

と言い, $a \equiv b \pmod{m}$ と表す. $\pmod{m}$ を固定して次が成り立つ:

(i) **反射律**. 任意の整数 a について $a \equiv a$.

(ii) **対称律**. 任意の整数 a, b について, $a \equiv b$ ならば $b \equiv a$.

(iii) **推移律**. 任意の整数 a, b, c について, $a \equiv b$, $b \equiv c$ ならば $a \equiv c$.

一般に, $a \equiv b \pmod{m}$ のとき, ある整数 k が存在して

$$a = km + b$$

が成り立つ. 除法の原理の式と比べてみると, 除法の原理における余り r とは, b を法として, r を法より小さい非負整数に定めた場合の $a \equiv r \pmod{b}$ に他ならない.

▼ **合同関係 $\equiv$ は, 加法・減法・乗法に関して, 等号 "=" と同じ**ように振舞う. つまり, $\pmod{m}$ を固定して

$$a \equiv b, \quad c \equiv d$$

であるとき, 次が成り立つ:

(i) $a \pm c \equiv b \pm d$. (複号は同順.)

(ii) $ac \equiv bd$.

(iii) $a^n \equiv c^n$. (n は非負整数である.)

MEMO

問題

■演習

★【1】n を正の整数として，次の問に答えよ．

(1) n^2 と $2n+1$ は互いに素であることを示せ．

(2) n^2+2 が $2n+1$ の倍数になる n を求めよ．

★★【2】p を素数，また n, a, b などその他の文字は整数とする．次を示せ．

(1) 2 項係数 ${}_p\mathrm{C}_k$ (ただし $k=1, 2, \cdots, p-1$) は p の倍数である．

(2) $(a+b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}$.

(3) $(a_1+a_2+\cdots+a_n)^p \equiv a_1^p + a_2^p + \cdots + a_n^p \pmod{p}$.

(4) $n^p \equiv n \pmod{p}$.

★★★【3】n を自然数として，次の問に答えよ．

(1) k を n 以下の自然数とする．2^n 以下の自然数 のうち，2^k の倍数であるが 2^{k+1} の倍数ではないものは全部で何個あるか．その個数を求めよ．

(2) $(2^n)!$ は 2^{2^n-1} の倍数であるが，2^{2^n} の倍数ではないことを示せ．

★★【4】x と y は互いに素な自然数とし, $M = 11x + 2y,\ N = 18x + 5y$ とする．次の問に答えよ.

(1) M が 19 で割り切れるならば, N も 19 で割り切れることを示せ．また, このとき M と N の最大公約数は 19 であることを示せ.

(2) $M + x$ と $N + y$ の最大公約数は, 2, 6, 18 のいずれかであることを示せ.

★【5】正の整数 n を 8 で割った余りを $r(n)$ とおく．正の整数の組 $(a,\ b)$ は，条件

$$0 < a - r(a) < \frac{4}{3}r(b), \quad 0 < b - r(b) < \frac{4}{3}r(ab)$$

をみたすとする.

(1) $a - r(a)$ と $r(b)$ を求めよ.

(2) a と b を求めよ.

添削課題

☆【1】$\triangle$ ABC において, $\mathrm{BC}=a,\ \mathrm{CA}=b,\ \mathrm{AB}=c$ とする. $\angle\mathrm{A}=120^\circ,\ a$ は整数, $b,\ c$ はともに素数であるとき, $a,\ b,\ c$ の値を求めよ.

体験授業をご受講いただく皆さんへ

体験授業をお申し込みいただきありがとうございます。
Ｚ会の教室の授業は、学力を効果的に上げていくためのカリキュラム・内容となっております。
次回以降もぜひ継続して受講することをおすすめします。

《体験授業後の流れ》

お申し込み方法

引き続き継続して受講される場合は、各教室窓口・お電話でお申し込みが可能です。
※体験授業終了直後に窓口で申し込んでお帰りになることもできます。
※認定が必要な講座をご希望の方はテストを受験していただく場合があります。
※予習が必要な講座は次回までの予習がありますので、余裕を持ってお申し込みください。
※本科授業は、「**クラス授業**」「**映像授業**」が選べます。
※映像授業の体験も承ります。一部の講座では映像授業のご用意がありません。予めご了承ください。

通話料無料 **0120-2828-76** 月曜日～土曜日 12:00～20:00（休室日を除く）

各教室電話番号
月曜日～土曜日 14:00～21:00（休室日を除く）

御茶ノ水教室	03-5296-2828	池袋教室	03-5985-2828
渋谷教室	03-5774-2828	横浜教室	045-313-2828
新宿教室	03-5304-2828	葛西教室	03-5878-0844

お申し込み後の流れ

お申し込みから１週間以内に手続書類（入会書類、お支払いについて、会員証など）をお送りします。
※受講料のお支払い期日が次回授業よりも後の場合でも、次回授業へのご参加は可能です。
※体験授業後にご受講いただく場合、「Z会の教室」では「月度」単位で受講料を請求させていただいているため、体験授業分も受講料をご請求する場合があります。くわしくは教室スタッフまでお問い合わせください。

→ お申し込み後、テキストを各教室窓口にてお受け取りください。

※葛西教室にて高1・高2講座・受験講座、
Z会進学教室大学受験部立川教室にて高1・高2・受験生講座を開講しております。

講座選択に迷ったら…

学習相談は随時承っています。お電話でのご相談も可能です。
受講に際して不明点、不安な点がある方は、各教室の窓口、または上記番号までお気軽にお問い合わせください。

Ｚ会の教室の受講サポート　―万全のシステムで効果的な学習をサポートします―

1. 講師への質問

授業前後の時間や休み時間を利用して、担当講師に直接質問をすることができます。
疑問点をそのままにすることなく、その場で解消することができます。

2. 振替受講

本科のクラス授業で欠席する回の授業を、同一週・同一講座の他のクラスで振替受講することができます。
他教室への振替、映像授業（教室・自宅での受講）への振替も可能です。前日までに各教室窓口、お電話にてお申し出下さい。
※振替手続は一週前の月曜から可能です。

3. 進路・学習・入試相談

各教室の学習アドバイザーが皆さんのご相談を随時承っています。

4. 自習室

本科生の方は休室日を除いて、全教室の自習室をいつでもご利用いただけます。